

FINANČNÍ MATEMATIKA

Gymnázium Jiřího Wolкера v Prostějově
Výukové materiály z matematiky pro vyšší gymnázia
Autoři projektu Student na prahu 21. století - využití ICT ve
vyučování matematiky na gymnáziu



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Prostějov 2010

Úvod

Vytvořený výukový materiál pokrývá předmět matematika, která je vyučována v osnovách a tematických plánech na gymnáziích nižšího a vyššího stupně. Mohou ho však využít všechny střední a základní školy, kde je vyučován předmět matematika, a které mají dostatečné technické vybavení a zázemí.

Cílová skupina:

Podle chápání a schopností studentů je stanovena úroveň náročnosti vzdělávacího plánu a výukových materiálů. Zvláště výhodné jsou tyto materiály pro studenty s individuálním studijním plánem, kteří se nemohou pravidelně zúčastňovat výuky. Tito studenti mohou s pomocí našich výukových materiálů částečně kompenzovat svou neúčast ve vyučovaném předmětu matematika, formou e-learningového studia.

Obsah

Finanční matematika	5
Úvod do finanční matematiky	5
Úvod do finanční matematiky	7
Varianta A	7
Úvod do finanční matematiky	9
Varianta B	9
Úvod do finanční matematiky	11
Varianta C	11
Jednoduché úročení	13
Jednoduché úročení	15
Varianta A	15
Jednoduché úročení	17
Varianta B	17
Jednoduché úročení	19
Varianta C	19
Složené úročení	21
Složené úročení	22
Varianta A	22
Složené úročení	24
Varianta B	24
Složené úročení	26
Varianta C	26
Úvěry a leasingy	28
Úvěry a leasingy	30
Varianta A	30
Úvěry a leasingy	32

Varianta B	32
Úvěry a leasingy	34
Varianta C	34
Spoření	36
Spoření	38
Varianta A	38
Spoření	40
Varianta B	40
Spoření	43
Varianta C	43

Finanční matematika

Úvod do finanční matematiky

Úrok a úroková míra

Zapůjčí-li jeden subjekt druhému peněžní prostředky, bude požadovat odměnu jako náhradu za dočasnou ztrátu kapitálu, za riziko a za nejistotu. Tato odměna se nazývá **úrok**. Z pohledu dlužníka jde o cenu za získání úvěru, kterou je třeba zaplatit věřiteli.

Dobu, po kterou je kapitál uložen nebo zapůjčen, tedy za kterou počítáme úrok, nazýváme **doba splatnosti**.

Vyjádříme-li úrok v procentech z hodnoty kapitálu za časové období, dostaneme **úrokovou míru**.

Nominální úroková míra představuje sjednanou úrokovou míru mezi vypůjčovatelem a poskytovatelem kapitálu a jako taková je uvedena v úvěrové smlouvě. Nejdůležitějšími jejími dvěma znaky jsou délka časového období a četnost skládání úroku.

1. znak: nominální úroková míra – roční(p.a.)

– pololetní(p.s.)

– čtvrtletní(p.q.)

– měsíční(p.m.)

– denní(p.d.)

2. znak: nejčastějším způsobem je roční připisování úroků. Na konci roku se tedy provede výpočet úroků ze zůstatku na účtu a ty se potom k němu přičtou.

Daň z úroku

Daň z úroku je procentuální část úroku, jejíž výši určuje pro jednotlivé vkladové produkty stát a která se také státu odvádí.

Standardy

Standardy ve finanční matematice jsou normy, které udávají, kolik dní se započítávají finanční měsíce a kolik dní se započítává finanční rok.

STANDARD 30E/360 (německá metoda, obchodní metoda)

každý měsíc má 30 dní, rok má 360 dní

STANDARD ACT/360 (francouzská metoda, mezinárodní metoda)

počty dní jednotlivých měsíců jsou shodné s počty dní kalendářních měsíců, rok má 360 dní

STANDARD ACT/365 (anglická metoda)

počty dní jednotlivých měsíců se započítávají stejně jako ve standardu ACT/360, počty dní finančních roků jsou shodné s počty dní kalendářních roků (v případě přestupného roku je to tedy 366)

Standard 30E/360 je pro výpočty nejjednodušší. Nebude-li v úlohách uvedeno jinak, pracujeme s tímto standardem.

Vkladní knížky

Vkladní knížky bez výpovědní lhůty

Jde o typ účtu, ze kterého lze peníze kdykoliv vybírat

Vkladní knížka s výpovědní lhůtou

Jde o typ účtu, u kterého musí klient banky před výběrem peněz požadovanou částku v předstihu vypovědět. Peníze si může bez sankcí vybrat až po uplynutí výpovědní lhůty.

Daň z úroku je pro vklady na vkladních knížkách 15%.

Inflace

je znehodnocování měny způsobené růstem cen.

Míra inflace

je relativní nárůst cenového indexu za příslušný rok. Cenový index vychází z maloobchodních cen souboru (tzv. spotřebního koše) vybraných položek a služeb.

Míra inflace

$$i = \frac{B - A}{A}$$

kde B je cenový index na konci roku a A je cenový index na začátku roku.

Úvod do finanční matematiky

Varianta A

Banka poskytla podnikateli úvěr ve výši 3 250 000 Kč na jeden rok s úrokovou mírou 14,75%. Kolik korun podnikatel po roce bance zaplatil?

Příklad:

výše úvěru	3 250 000 Kč
úroková míra	$p = 14,75\%$; tj. $i = 0,1475$
úrok	$0,1475 \cdot 3\,250\,000\text{ Kč}$
splatná částka	$3\,250\,000 \cdot (1 + 0,1475)$

$$3\,250\,000 \cdot (1 + 0,1475) = 3\,729\,375\text{ Kč}$$

Podnikatel po roce bance zaplatil celkem 3 729 375 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 3 729 375 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Banka poskytla podnikateli úvěr ve výši 2 750 000 Kč na jeden rok s úrokovou mírou 13,85%. Kolik korun činí úrok z úvěru? Kolik korun celkem podnikatel bance po roce zaplatí?

Řešení: 380 875Kč; 3 130 875 Kč

2.) Pan A si půjčil od pana B na jeden rok 5 000Kč a za jeden rok mu splatil podle dohody 6 000Kč. S jak vysokou úrokovou mírou půjčil pan B peníze?

Řešení: 20%

3.) Pan Malý si potřebuje nutně vypůjčit na jeden rok 90 000Kč. Banka nabízí úvěr s úrokovou mírou 15,6%. Soused Mokrý je ochoten půjčit požadovanou částku s tím, že každý měsíc připočítá k dluhu 1,5% z půjčené částky. Zjistěte rozdíl úroků, které by pan Malý zaplatil bance a panu Mokrému. Jakou nejvyšší měsíční procentovou přírážku by mohl soused Mokrý požadovat, aby jeho nabídka nebyla méně finančně výhodná než nabídka banky?

Řešení: 2160Kč; 1,3%

4.) Paní Chládková si vzala úvěr 250 000 Kč na jeden rok. Úroková míra úvěru je 12,4%. Určete, kolik korun celkem paní Chládková po roce zaplatila.

Řešení: 281 000Kč

Úvod do finanční matematiky

Varianta B

Podnikatel uložil do banky na termínovaný účet částku 114 000 Kč na jeden rok. Úroková míra je 2,15%, z vypočítaného úroku banka vyplatí podnikateli 85% a zbylých 15% odvede státu jako daň. Vypočítejte, kolik korun činí úrok před zdaněním a kolik korun je úrok po zdanění.

Příklad:

vložený kapitál	114 000 Kč
úroková míra	$p = 2,15\%$, tj. $i = 0,0215$
úrok před zdaněním	$u = 0,0215 \cdot 114\,000\text{ Kč}$

$$u = 0,0215 \cdot 114\,000\text{ Kč} = 2\,451\text{ Kč}$$

úrok po zdanění	$u' = 0,85 \cdot 2\,451\text{ Kč}$
-----------------	------------------------------------

$$u' = 0,85 \cdot 2\,451 = 2\,083,35\text{ Kč}$$

Úrok před zdaněním je 2 451 Kč, úrok po zdanění je 2 083,35 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 2 451 Kč; 2 083,35 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Pan Karas uložil do banky na termínovaný vklad na jeden rok částku 45 000 Kč. Banka poskytuje úrokovou míru 2%, daň z úroku je 15%. Vypočítejte částku, kterou pan Karas od banky po jednom roce obdrží.

Řešení: 45 765 Kč

2.) Paní Zelená uložila do banky na termínovaný vklad na jeden rok částku 238 000 Kč, úroková míra je 2,25%. Vypočítejte částku, kterou banka paní Zelené po jednom roce vyplatí po zdanění úroků.

Řešení: 242 552 Kč

3.) Podnikatel chce uložit na termínovaný vklad na jeden rok částku 160 000 EUR. Banka A nabízí úrokovou míru 2,4%, banka B úrokovou míru 2,35%. Vypočítejte rozdíl úroků mezi oběma bankami, je-li daň z úroků 15%.

Řešení: 68 EUR

4.) Podnikatel Vrtkavý žádá o úvěr 350 000 Kč na jeden rok. Investiční banka nabízí tento úvěr s úrokovou mírou 12,9%, Realitní banka by poskytla stejný úvěr s úrokovou mírou 12,5%. Vypočítejte rozdíl úroků, které by podnikatel zaplatil v jednotlivých bankách.

Řešení: 1 400 Kč

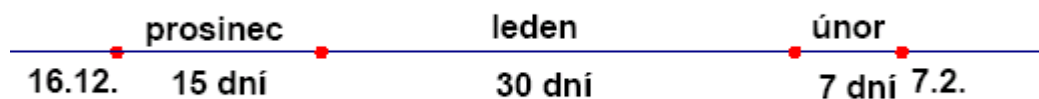
Úvod do finanční matematiky

Varianta C

Podnikatel měl zaplatit zálohu na daň z příjmu ve výši 132 500 Kč, a to nejpozději do 15. 12. 2007. S placením se však opozdil a zaplatil až 8. 2. 2008. Finanční úřad vyměřil podnikateli penále, které denně činí 0,1% z dlužné částky. Penále se počítalo od 16. 12. 2007 do 7. 2. 2008. O kolik dní se podnikatel opozdil s placením a kolik korun činilo penále celkem? Předpokládejte, že finanční úřad používá standard 30E/360.

Příklad:

ve standardu 30E/360 má každý měsíc 30 dní. Počet dní zpoždění zjistíme z následujícího schématu:



Podnikatel se s placením zpozdil o 52 dní.

Celkové penále vypočítáme jako součin penále za jeden den a počtu dní zpoždění:

$$(0,001 \cdot 132\,500) \cdot 52 = 6\,890 \text{ Kč}$$

Podnikatel zaplatil o 52 dní později, penále činilo 6 890 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: Podnikatel zaplatil o 52 dní později, penále činilo 6 890 Kč.

Příklady k procvičení:

1.) Stavební firma STAVO měla dokončit zakázku v hodnotě 3 500 000 Kč dne 10. 6. 2007. Termín však nedodržela a s prací skončila až 14. 9. 2007. Zákazník si podle smlouvy účtoval od 11. 6. do 13. 9. penále, které činí denně 0,05% z hodnoty zakázky. Určete, o kolik dní později dokončila firma zakázku a kolik korun činilo penále. Použijte standard 30E/360.

Řešení: o 93 dní; 162 750Kč

2.) Stavební firma STAVO měla dokončit zakázku v hodnotě 3 500 000 Kč dne 10. 6. 2007. Termín však nedodržela a s prací skončila až 14. 9. 2007. Zákazník si podle smlouvy účtoval od 11. 6. do 13. 9. penále, které činí denně 0,05% z hodnoty zakázky. Určete, o kolik dní později dokončila firma zakázku a kolik korun činilo penále. Použijte standard ACT/365.

Řešení: o 95 dní; 166 250Kč

3.) Dne 8. 2. jsme vložili do banky 42 000Kč s tím, že ji vybereme 15. 5. téhož roku. Banka poskytla na tento vklad úrokovou míru 2,2%; vklad úročí jednou, v den splatnosti vkladu. Banka užívá standard 30E/360. Daň z úroku je 15%. Vypočítejte celkovou částku, kterou nám banka vyplatí.

Řešení: 42 212Kč

4.) Klient si uložil do banky na vkladní knížku bez výpovědní lhůty dne 13. 8. částku 84 500Kč a dne 20. 9. téhož roku ji vybral. Vklad byl úročen s úrokovou mírou 1,2%. Vypočítejte, kolik korun banka klientovi vyplatila za předpokladu, že užívá standard

a) 30E/360 b) ACT/360

Řešení: a) 84 589 Kč, b) 84 591Kč

Jednoduché úročení

Úroková doba je doba, po kterou se kapitál (vklad či úvěr) úročí.

Jednoduché úročení je takový způsob úročení, při kterém se úroky počítají stále z počátečního kapitálu.

Pro úrok u_m před zdaněním, úrok u'_m po zdanění a výsledný kapitál K_m na konci m -tého úrokovacího období při jednoduchém úročení a při standardu 30E/360 platí tyto vzorce:

$$u_m = i \cdot \frac{t}{360} \cdot K_0 \cdot m$$

$$u'_m = k \cdot i \cdot \frac{t}{360} \cdot K_0 \cdot m$$

$$K_m = K_0 \cdot \left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360} \cdot m \right)$$

Přitom

K_0 je počáteční kapitál

i je roční úroková míra ve tvaru desetinného čísla

k je zdaňovací koeficient $\left(k = \frac{100-d}{100} \right)$, kde d je daň z úroku vyjádřená v %

t je počet dní úrokovacího období

m je počet úrokovacích období

Při výpočtu úroku banky započítávají ze dvou „krajních“ dní, t.j. dne uložení vkladu a dne splatnosti vkladu, vždy právě jeden z nich. Dohodneme se, že budeme započítávat počáteční den, nikoli už tedy den splatnosti. Přitom den splatnosti budeme brát jako poslední den úrokové doby.

Běžný účet

je účet, který vede banka pro klienta za účelem hotovostního i bezhotovostního platebního styku.

Dluhopis

je cenný papír, kterým se dlužník, který tento papír vydává, zavazuje jeho majiteli, že mu splatí dlužnou částku včetně příslušného úroku, a to ve stanovených termínech. Dluhopisy vydává stát, obce a města, banky, podniky.

Směnka

je cenný papír obsahující zákonem přesně vymezené náležitosti, zejména bezpodmínečný závazek nebo příkaz toho, kdo směnku vystavil, zaplatit stanovenou finanční částku v určité době, na určitém místě a zabezpečující jejímu majiteli právo vyžadovat toto plnění od toho, kdo se na směnce podepsal.

Kontokorent

je běžný účet, na který banka poskytuje jeho majiteli kontokorentní úvěr.

Kreditní úrok

je úrok z kreditního zůstatku kontokorentního účtu.

Debetní úrok

je úrok z debetního zůstatku kontokorentního účtu.

Úvěrový rámec

je maximální možná výše debetního zůstatku na kontokorentním účtu, která byla předem mezi klientem a bankou smluvně dohodnuta.

Jednoduché úročení

Varianta A

Začátkem kalendářního roku jsme uložili na vkladní knížku částku 35 000 Kč. Banka úročí vklad s úrokovou mírou 2,3% jednou ročně, vždy na začátku následujícího roku, užívá standard 30E/360; úrok převádí na náš běžný účet. Kolik korun činí úrok po zdanění za tři roky?

Příklad:

na začátku každého roku se úrok převede na běžný účet, na vkladní knížce tedy zůstává jen původní částka; jde proto o jednoduché úročení.

vložený kapitál	$K_0 = 35\,000\text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,023$
počet dní úrokovacího období	$t = 360$
počet úrokovacích období	$m = 3$
zdaňovací koeficient	$k = 0,85$
úrok po zdanění	$u_3' = 0,85 \cdot 0,023 \cdot 35\,000\text{ Kč} \cdot 3$

$$u_3' = 0,85 \cdot 0,023 \cdot 35\,000\text{ Kč} \cdot 3 = 2\,052,75\text{ Kč}$$

Úrok po zdanění za tři roky činí 2 052,75 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 2 052,75 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Paní Suková zdělila 250 000 Kč. Začátkem roku uložila tuto částku na vkladní knížku s roční úrokovou mírou 2,9% s tím, že na začátku každého dalšího roku bude vybírat úroky.

Určete, kolik korun obdržela na úrocích za a) čtyři roky b) šest let

Řešení: a) 24 650 Kč; b) 36 975 Kč

2.) Paní Konečná založila na konci roku vkladní knížku s výpovědní lhůtou a uložila na ni 48 000 Kč. Banka úročí jednou ročně, vždy na konci kalendářního roku. Paní Konečná vybírá pravidelně na začátku roku úrok za předchozí rok. Kolik korun obdržela na úrocích za čtyři roky? Předpokládáme, že úroková míra se neměnila a byla po celou dobu 2,35%.

Řešení: 3 836 Kč

3.) Klient uložil na termínovaný vklad na 7 dní s revolvingem (obnovováním) částku 120 000 Kč, úroková míra je 2,7%. banka připisuje úroky na jeho běžný účet na konci každého sedmidenního období. Kolik korun činí úrok celkem po 20 obnoveních, tj. po 21 sedmidenních obdobích?

Řešení: 1 124 Kč

4.) Pan Koutný zakoupil dluhopis za 10 000 Kč s dobou splatnosti 5 let s úrokovou mírou 3,2%. Po dobu pěti let bude dostávat vždy po uplynutí jednoho roku úrok z částky 10 000 Kč; daň z úroku je 15%. Na konci pátého roku obdrží spolu s úrokem i vloženou částku 10 000 Kč. Vypočítejte čistý výnos z dluhopisu, tj. celkový součet úroků po zdanění za pět let.

Řešení: 1 360 Kč

Jednoduché úročení

Varianta B

Klient banky uložil dne 5. 2. částku 21 500 Kč na termínovaný účet na tři měsíce s obnovováním (s revolvingem). Banka zaručuje dlouhodobě neměnnou roční úrokovou míru 1,9%. Úrokovací období jsou tři měsíce, užívá se standard 30E/360. Úrok je klientovi připisován na běžný účet na konci každého tříměsíčního období. Kolik korun připsala banka klientovi na běžný účet celkem, jestliže termínovaný účet byl již sedmkrát zúročen?

Příklad:

počáteční kapitál	$K_0 = 21\,500\text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,019$
počet dní úrokovacího období	$t = 90$ (tři měsíce po 30 dnech)
počet úrokovacích období	$m = 7$
zdaňovací koeficient	$k = 0,85$
úrok po zdanění	u_7'

$$u_7' = 0,85 \cdot 0,019 \cdot \frac{90}{360} \cdot 21\,500\text{ Kč} \cdot 7 \doteq 607,64\text{Kč}$$

Banka připsala klientovi na běžný účet celkem 607,64 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 607,64 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Paní Procházková uložila dne 11. 5. částku 53 000 Kč na termínovaný účet na jeden měsíc s obnovováním. Banka zaručuje dlouhodobě neměnnou roční úrokovou míru 2,1%.

Úrokovací období je jeden měsíc, užívá se standard 30E/360. Úroky jsou připisovány na běžný účet. Vypočítejte, kolik korun připsala banka paní Procházkové na běžný účet celkem, jestliže termínovaný vklad byl úročen již

a) pětkrát b) jedenáctkrát

Řešení: a) 394,19 Kč; b) 867,21 Kč

2.) Klient banky uložil dne 25. 4. 2008 na vkladní knížku bez výpovědní lhůty částku 75 000 Kč. Peníze si přišel vybrat 28.10.2008. Banka uložený kapitál zúročila a vloženou částku i s úrokem klientovi vyplatila. Vypočítejte úrok po zdanění a celkovou částku, kterou klient od banky obdržel.

Banka úročí tento typ vkladu s úrokovou mírou 2,1%, používá standard 30E/360.

Řešení: Úrok po zdanění činí 680,53 Kč, klient obdržel celkem 75 681 Kč

3.) Pan Novotný uložil 4. 2. 2007 do banky na vkladní knížku bez výpovědní lhůty 63 000 Kč. Vložený kapitál i s úrokem vybral dne 8. 7. 2007. Určete úrok po zdanění a celkovou částku, kterou banka panu Novotnému vyplatila. Úroková míra je 1,1%. Banka úročí jen jednou, v den výběru, používá standard 30E/360.

Řešení: 251,98 Kč; 63 252 Kč

4.) Paní Nováková potřebuje okamžitě zakoupit novou ledničku a chce si na tři měsíce půjčit na její nákup peníze. Po třech měsících bude mít na splacení dluhu 20 000 Kč. Firma poskytuje úvěry s úrokovou mírou 20%, úročí v den splatnosti, půjčuje celé stokoruny. Kolik korun si paní Nováková může od firmy maximálně půjčit?

Řešení: 19 000 Kč

Jednoduché úročení

Varianta C

Klient banky uložil dne 25. 4. 2008 na vkladní knížku bez výpovědní lhůty částku 75 000 Kč. Peníze si přišel vybrat 28.10.2008. Banka uložený kapitál zúročila a vloženou částku i s úrokem klientovi vyplatila. Vypočítejte úrok po zdanění a celkovou částku, kterou klient od banky obdržel.

Banka úročí tento typ vkladu s úrokovou mírou 2,1%, používá standard 30E/360.

Příklad:

Nejdříve určíme počet dní, po které byl vklad uložen v bance

IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
•-----•-----•-----•-----•-----•-----•-----•-----•						
25. 4.						28.10.
6 dní	30 dní	30 dní	30 dní	30 dní	30 dní	27 dní

Počet dní úrokovacího období je $6 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 27 = 183$

Banka úročí jen jednou, proto je číslo 183 zároveň počtem dní úrokové doby.

Vložený kapitál	$K_0 = 75\,000\text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,021$
zdaňovací koeficient	$k = 0,85$
počet dní úrokovacího období	$t = 183$
počet úrokovacích období	$m = 1$
úrok po zdanění	$u_1' = 0,85 \cdot 0,021 \cdot \frac{183}{360} \cdot 75\,000\text{ Kč} \cdot 1$
výsledný kapitál	$K_1 = K_0 + u_1'$

$$u_1' = 0,85 \cdot 0,021 \cdot \frac{183}{360} \cdot 75\,000\text{ Kč} \cdot 1 \doteq 680,53\text{ Kč}$$

$$K_1 \doteq 75\,000\text{ Kč} + 680,53\text{ Kč} = 75\,680,53\text{ Kč}$$

Úrok po zdanění činí 680,53 Kč, klient obdržel celkem 75 681 Kč.

Příklad:[Varianta A](#)[Varianta B](#)[Varianta C](#)

Výsledek řešení: Úrok po zdanění činí 680,53 Kč, klient obdržel celkem 75 681 Kč.

Příklady k procvičení:

1.) Pan Novotný uložil 4. 2. 2007 do banky na vkladní knížku bez výpovědní lhůty 63 000 Kč. Vložený kapitál i s úrokem vybral dne 8. 7. 2007. Určete úrok po zdanění a celkovou částku, kterou banka panu Novotnému vyplatila. Úroková míra je 1,1%. Banka úročí jen jednou, v den výběru, používá standard ACT/365.

Řešení: 248,53 Kč; 63 249 Kč

2.) Stavebník měl zaplatit za stavební materiál 236 685 Kč, a to nejpozději do 7. 7. Vzhledem k tomu, že k zaplacení nedošlo, účtovala od 8. 7. dodavatelská firma penále, které činí denně 0,4‰ z účtované částky. Stavebník zaplatil až 12. 8., za tento den už penále neplatil. Kolik korun činilo penále? Předpokládejte, že firma počítá skutečný počet dní v měsíci.

Řešení: 3 314 Kč

3.) Cestovní kancelář poskytuje na letní zájezdy slevu 8%, pokud ovšem zákazník zaplatí zájezd do 31. 12. předchozího roku. Pan Zavřel má zájem o červencový zájezd do Řecka v ceně 20 000 Kč; příslušnou hotovost má k dispozici. Co je pro pana Zavřela výhodnější: zaplatit zájezd do 31. 12., nebo uložit peníze na termínovaný vklad na půl roku s úrokovou mírou 2% a zaplatit pak plnou cenu zájezdu?

Řešení: zaplatit do 31. 12.

4.) Cestovní kancelář uvádí ve svém „Katalogu letních zájezdů“ slevy při včasém nákupu:

zakoupeno do	sleva
konce listopadu	10%
konce ledna	5%
konce března	1%

Stárkovi se rozhodli zamířit v létě k moři do Chorvatska; chtěli by využít slevu a zaplatit zájezd do konce listopadu. Plná cena tohoto zájezdu pro oba manžele je 37 900 Kč. Strýc Václav se nabídl, že jim potřebnou částku půjčí. Každý měsíc si jako odměnu za poskytnutí půjčky připočítá 1% z půjčené částky, dluh požaduje splatit jednorázově, na konci června. Kolik korun musí strýc Stárkovým půjčit? Kolik korun Stárkovi strýci splatí?

Řešení: 34 110 Kč; 36 498 Kč

Složené úročení

Složené úročení je takový typ úročení, při kterém se úroky přičítají k již dosaženému kapitálu a spolu s ním se dále úročí.

Pro kapitál K_m na konci m -tého úrokovacího období při složeném úročení a při standardu 30E/360 platí tento vzorec:

$$K_m = K_0 \cdot \left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right)^m$$

Symboly K_0 , i , k , t , m mají stejný význam jako ve vzorci pro K_m při jednoduchém úročení.

Celkový úrok po zdanění u_m' a konci m -tého úrokovacího období se vypočítá jako rozdíl výsledného kapitálu K_m a počátečního kapitálu K_0 :

$$u_m' = K_m - K_0$$

čili

$$u_m' = K_0 \cdot \left[\left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right)^m - 1 \right]$$

Složené úročení

Varianta A

Klientka banky si založila na začátku roku vkladní knížku a uložila na ni částku 11 500 Kč. Banka úročí vždy na konci každého pololetí, používá složené úročení. Kolik korun klientka obdržela od banky po dvou letech za předpokladu, že úroková míra byla po celou dobu neměnná a činila 1,9%?

Příklad:

Banka úročí dvakrát ročně a to znamená, že během dvou let se realizuje úročení čtyřikrát.

počáteční kapitál	$K_0 = 11\,500\text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,019$
počet dní úrokovacího období	$t = 180$
počet úrokovacích období	$m = 4$
zdaňovací koeficient	$k = 0,85$

$$K_4 = 11\,500\text{ Kč} \cdot \left(1 + 0,85 \cdot \frac{180}{360} \cdot 0,019\right)^4 = 11\,500\text{ Kč} \cdot (1 + 0,85 \cdot 0,5 \cdot 0,019)^4 \doteq \\ \doteq 11\,875,97\text{ Kč}$$

Klientka obdržela po dvou letech částku 11 875,97 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 11 875,97 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Student Berka dostal začátkem roku od rodičů novou vkladní knížku, na které bylo vloženo 25 000 Kč. Banka úročí tyto vklady s úrokovou mírou 2,1%, úročí na konci každého čtvrtletí. Vypočítejte, kolik korun měl student Berka na vkladní knížce po třech letech, jestliže žádné peníze na ni neukládal ani z ní nevybíral.

Řešení: 26 372, 10 Kč

2.) Banka úročí vkladní knížky s výpovědní lhůtou s úrokovou mírou 2,3%. Úročení provádí jednou ročně, vždy na konci kalendářního roku; jde o složené úročení. Pan Málek uložil na začátku roku částku 75 000 Kč a na začátku každého dalšího roku si nechal bankou vyplatit úrok z vkladu. Pan Novák uložil na začátku téhož roku jako pan Málek také částku 75 000 Kč, ale úroky nevybíral. Kolik korun činí rozdíl úroků na konci třetího roku obou pánů?

Řešení: 86,56 Kč

3.) Paní Moudrá uložila na termínovaný vklad na jeden měsíc s revolvingem 125 000 Kč. Vklad byl osmkrát obnoven a na konci devátého měsíčního období byl vyplacen. Vklad byl úročen jednou měsíčně, poprvé za měsíc od založení, úroková míra činila po celou dobu 2,45%. Vypočítejte celkový úrok z vkladu po zdanění, jestliže paní Moudrá úroky nevybírala.

Řešení: 1 966 Kč

4.) Klient si uložil dne 14. 4. na termínovaný vklad na půl roku částku 32 400 Kč; úroková míra je po celou dobu 2,1%. Banka úročí vklad na konci každého kalendářního měsíce a v den splatnosti vkladu; jde o složené úročení. Kolik korun banka klientovi vyplatí v den splatnosti termínovaného vkladu?

Řešení: 32 690,27 Kč

Složené úročení

Varianta B

Klient banky potřeboval půjčit kapitál na investice do svého podniku. Banka mu nabídla úvěr s úrokovou mírou 13,5% a s jednorázovou splatností po půl roce. Úrokovací období je jeden měsíc, banka úročí poprvé za jeden měsíc od poskytnutí úvěru, půjčuje jen celé tisícikoruny, užívá složené úročení. Klient předpokládá, že po půl roce bude mít na zaplacení dluhu k dispozici částku 3 miliony korun. Kolik korun si může nejdříve půjčit?

Příklad:

Banka úročí jednou měsíčně, za půl roku je realizováno šest úročení.

částka na zaplacení dluhu	$K_6 = 3\,000\,000\text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,135$
počet dní úrokovacího období	$t = 30$
počet úrokovacích období	$m = 6$
zdaňovací koeficient	$k = 1$

$$K_0 = \frac{K_m}{\left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right)^m} = \frac{3\,000\,000}{\left(1 + 1 \cdot 0,135 \cdot \frac{30}{360}\right)^6} \doteq 2\,805\,240,6\text{ Kč}$$

Klient si může vypůjčit nejdříve 2 805 000 Kč

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 2 805 000 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Paní Kadlecová potřebuje koupit novou pračku, nemá však potřebnou částku. Banka jí nabídla úvěr na půl roku s úrokovou mírou 11,2%. Úrokovací období je jeden měsíc, banka úročí poprvé za jeden měsíc od poskytnutí úvěru, užívá složené úročení a půjčuje jen celé stokoruny. Do jaké ceny si může paní Kadlecová vybrat pračku, jestliže po půl roce bude mít k dispozici na zaplacení úvěru 19 000 Kč?

Řešení: do 17 900 Kč

2.) Na začátku roku jsme do banky uložili na vkladní knížku částku 17 000 Kč s úrokovou mírou 2,1%. Banka úročí jednou ročně, vždy na konci kalendářního roku, a při výběru peněz, užívá složené úročení. Určete, kdy nejdříve bude na vkladní knížce částka 18 000 Kč.

Řešení: přibližně za 3 roky a 3 měsíce

3.) Slečna Adámková si chce začátkem roku uložit na vkladní knížku 8 000 Kč. Banka nabízí úrokovou míru 1,9%, připisuje úroky jednou ročně, a to vždy na konci kalendářního roku, užívá složené úročení. Za jak dlouho bude mít slečna Adámková na knížce aspoň 10 000 Kč?

Řešení: za 14 let

4.) Podnikatel chce získat na začátku příštího roku od banky úvěr na 1 rok s jednorázovou splatností po jednom roce. Banka nabízí úvěr s úrokovou mírou 12,4%; úrokovací období je čtvrt roku, úročí na konci každého kalendářního čtvrtletí; jde o složené úročení. Banka poskytuje úvěry v celých desetitisících korunách. Podnikatel předpokládá, že za rok bude mít na splacení dluhu 4 miliony korun. Kolik korun si může vypůjčit?

Řešení: max. 3 540 000 Kč

Složené úročení

Varianta C

Klient uložil na začátku roku 60 000 Kč na vkladní knížku, úroková míra je 2,1%. Vypočítejte výši kapitálu na konci druhého roku za předpokladu, že úrokovací období je

- jeden rok
- půl roku
- čtvrt roku
- jeden měsíc

Příklad:

počáteční kapitál $K_0 = 60\,000\text{ Kč}$

úroková míra $i = 0,021$

zdaňovací koeficient $k = 0,85$

Pro řešení všech úkolů použijeme vzorec

$$K_m = K_0 \cdot \left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right)^m$$

do kterého budeme postupně dosazovat různé hodnoty t a m . Ostatní veličiny se ve vzorci měnit nebudou.

úrokovací období jeden rok:

$t = 360$; $m = 2$

$$K_2 = 60\,000\text{ Kč} \cdot (1 + 0,85 \cdot 0,021 \cdot 1)^2 = 62\,161,12\text{ Kč}$$

úrokovací období půl roku:

$t = 180$; $m = 4$

$$K_4 = 60\,000\text{ Kč} \cdot (1 + 0,85 \cdot 0,021 \cdot 0,5)^4 = 62\,170,85\text{ Kč}$$

úrokovací období čtvrt roku:

$t = 90$; $m = 8$

$$K_8 = 60\,000\text{ Kč} \cdot (1 + 0,85 \cdot 0,021 \cdot 0,25)^8 = 62\,175,76\text{ Kč}$$

úrokovací období jeden měsíc

$t = 30$; $m = 24$

$$K_{24} = 60\,000\text{ Kč} \cdot \left(1 + 0,85 \cdot 0,021 \cdot \frac{1}{12}\right)^{24} = 62\,179,04\text{ Kč}$$

Příklad:[Varianta A](#)[Varianta B](#)[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 62 161,12 Kč; 62 170,85 Kč; 62 175,76 Kč;
62 179,04 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Pan Kadlec uložil začátkem roku 75 000 Kč na vkladní knížku s úrokovou mírou 2,3% .

Vypočítejte celkovou částku, kterou pan Kadlec obdržel na konci třetího roku, jestliže úrokovací období je

- jeden rok

- půl roku

Řešení: a) 79 485 Kč; b) 79 508 Kč

2.) Chci si půjčit na novou pračku 16 000 Kč. Banka mi může poskytnout úvěr na půl roku s jednorázovou splatností po půl roce, s úrokovou mírou 13,6%. Úrokovací období je jeden měsíc; poprvé se úročí za měsíc od poskytnutí úvěru; jde o složené úročení. Předpokládám, že po půl roce budu mít k dispozici 18 000 Kč. Bude to stačit na splacení dluhu?

Řešení: ano

3.) Paní Stavělová chce uložit na termínovaný vklad na 4 roky takovou částku, aby při výplatě dostala aspoň 100 000 Kč. Banka nabízí úrokovou míru 2,8%; úročí se jednou za čtvrt roku, poprvé za čtvrt roku po založení vkladu, jde o složené úročení. Kolik korun musí paní Stavělová nejméně uložit? Částku uveďte v celých stokorunách.

Řešení: 91 000 Kč

4.) Pan Janík půjčil paní Zdráhalové 80 000 Kč s úrokovou mírou 12%. Pan Janík úročí dluh jednou měsíčně, užívá složené úročení. Požaduje, aby paní Zdráhalová splatila dluh dříve, než přesáhne 100 000 Kč. Za kolik měsíců to bude?

Řešení: za 22 měsíců

Úvěry a leasingy

Úmor úvěru je ta část splátky úvěru, která je určena na snížení dlužné částky.

Anuita neboli anuitní splátka je splátka dané výše opakující se v pravidelných časových intervalech.

Pro anuitní splátku s platí tento vzorec:

$$S = \frac{V \cdot i \cdot \frac{t}{360}}{1 - \left(1 + i \cdot \frac{t}{360}\right)^{-m}}$$

Symboly i, t, m mají stejný význam jako ve vzorci pro K_m při složeném úročení. Symbol V označuje výši úvěru.

Předpokládá se přitom, že

- užívá se standard 30E/360
- jde o složené úročení
- splátky se platí od konce prvního úrokovacího období, jednou za úrokovací období, vždy na jeho konci

Spotřebitelský úvěr (spotřební úvěr)

je úvěr, který umožňuje financovat podnikatelské potřeby občanů.

Účelový spotřebitelský úvěr

je určen k získání konkrétního zboží či služeb; slouží k nákupu spotřebních předmětů, k rekonstrukci domu, k zaplacení studia atd. Jde o bezhotovostní formu úvěru.

Neúčelový spotřebitelský úvěr

je určen na řešení libovolných osobních potřeb klienta. Příslušná částka je poskytnuta v hotovosti, nezkoumá se účel a užití peněz.

Akontace

je přímá platba hrazená bezprostředně po sepsání smlouvy o prodeji na splátky či smlouvy o leasingu. Udává se obvykle v procentech z pořizovací ceny.

Hypoteční úvěr

je dlouhodobý účelový úvěr určený občanům i obcím k financování investic do nemovitostí.

Leasing

je forma pronájmu různých zařízení poskytovaného leasingovými společnostmi.

Zůstatková hodnota je cena zboží po ukončení finančního leasingu, za kterou si nájemce zboží odkoupí do svého vlastnictví.

Úvěry a leasingy

Varianta A

Obchodní firma získala úvěr ve výši 10 milionů korun na čtyři roky s úrokovou mírou 15%. Dluh bude firma podle smlouvy splácet ročními anuitami, první bude zaplácena za rok po poskytnutí úvěru. Úrokovací období banky je jeden rok, banka poprvé úročí za rok po poskytnutí úvěru. Vypočítejte výši roční anuity. Splátky se zaokrouhlují na celé koruny.

Příklad:

výše úvěru	$V = 10\,000\,000\text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,15$
počet úrokovacích období (počet plateb)	$m = 4$

$$s = \frac{10\,000\,000\text{ Kč} \cdot 0,15 \cdot \frac{360}{360}}{1 - \left(1 + 0,15 \cdot \frac{360}{360}\right)^{-4}} \doteq 3\,502\,653,52\text{ Kč}$$

Výše jedné anuity je 3 502 654 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 3 502 654 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Podnikatel Zrzavý získal úvěr 4,5 milionu korun na tři roky s úrokovou mírou 13,9%. Úvěr bude splácet ročními anuitami, první splátka bude zaplácena za rok po poskytnutí úvěru. Úrokovací období banky je jeden rok, banka poprvé úročí za rok od poskytnutí úvěru. Vypočítejte výši jedné anuity se zaokrouhlením na celé stokoruny.

Řešení: 1 935 000 Kč

2.) Podnikatel získal od banky na začátku roku úvěr ve výši 1 milion korun s úrokovou mírou 14%. Úrokovací období je 1 rok. Podle smlouvy s bankou splatí podnikatel úvěr ve třech ročních splátkách, vždy na konci roku. První splátka bude činit 300 000 Kč, druhá 400 000 Kč. Jak velká bude třetí splátka a kolik korun zaplatí podnikatel bance celkem?

Řešení: 635 664 Kč, 1 335 664 Kč

3.) Podnikatelka Mráčková získala na začátku roku úvěr na 3 roky ve výši 1,5 milionu korun s úrokovou mírou 16%. Banka úročí jednou ročně. Podnikatelka bude úvěr splácet pravidelně jednou ročně, poprvé na konci prvního roku. Každá splátka se bude skládat z konstantního úmoru 500 000 Kč a úroku za předchozí rok. Kolik korun bude činit celkem úrok z úvěru?

Řešení: 480 000 Kč

4.) Obchodník Soukup obdržel na začátku roku od banky úvěr ve výši 3 miliony korun s úrokovou mírou 15%. Od konce prvního roku bude pravidelně jednou ročně splácet úvěr takto: na konci prvního roku splatí úmor 200 000 Kč spolu s úrokem za první rok, na konci každého dalšího roku se bude splátka sestávat z úmoru vyššího o 200 000 Kč než v předchozím roce a z úroku za stávající rok. Banka úročí jednou ročně. Kolik korun bude činit úrok z úvěru celkem?

Řešení: 1 650 000 Kč

Úvěry a leasingy

Varianta B

Banka nabízí hypoteční úvěry do 2 000 000 Kč na pět let s roční úrokovou mírou 8,5%, úvěr se splácí měsíčními anuitami, poprvé za měsíc po poskytnutí úvěru. Jaká může být maximální výše úvěru pro klienta, jehož finanční situace mu v dalších pěti letech umožňuje měsíčně splácet nejvýše 21 000 Kč?

Banka úročí jednou měsíčně, poprvé za měsíc od poskytnutí úvěru, úvěry poskytuje v celých tisícikorunách.

Příklad:

úroková míra	$i = 0,085$
počet úrokovacích období (počet plateb)	$m = 60$
počet dní úrokovacího období	$t = 30$
anuita	$s = 21\,000\text{ Kč}$

$$V = \frac{s \cdot \left[1 - \left(1 + i \cdot \frac{t}{360}\right)^{-m}\right]}{i \cdot \frac{t}{360}} = \frac{21\,000\text{ Kč} \cdot \left[1 - \left(1 + 0,085 \cdot \frac{30}{360}\right)^{-60}\right]}{0,085 \cdot \frac{30}{360}}$$

$$V \doteq 1\,023\,564,83\text{ Kč}$$

Klient může požádat o úvěr v maximální výši 1 023 000 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 1 023 000 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Novomanželé Petříkovi se rozhodli pro koupi bytu. Banka jim nabídla hypoteční úvěr na deset let s roční úrokovou mírou 7,9%, který budou umořovat měsíčními splátkami, poprvé za jeden měsíc od poskytnutí úvěru. Jaká může být maximální výše úvěru, jestliže Petříkovi mohou splácet měsíčně nejvýše 14 000 Kč? Banka úročí jednou měsíčně, poprvé za měsíc od poskytnutí úvěru, úvěry poskytuje v celých stokorunách.

Řešení: 1 158 900 Kč

2.) Obchodní společnost získala úvěr ve výši 3 miliony korun na 3 roky s úrokovou mírou 13%. Podle smlouvy s bankou začne společnost úvěr splácet za rok po jeho poskytnutí ročními anuitními splátkami. Banka úročí jednou ročně, poprvé za rok od poskytnutí úvěru. Kolik korun bude činit anuita? Výsledek zaokrouhlete na celé koruny.

Řešení: 1 270 566 Kč.

3.) Paní Hana chce zakoupit nemovitost v hodnotě 18 600 000 Kč. K dispozici má 7 500 000 Kč, zbývající část získá formou úvěru. Banka jí poskytne úvěr s úrokovou mírou 13,6% na dobu pěti let. Hana bude dluh splácet čtvrtletními anuitami, úrokovací období banky je čtvrt roku. První úročení a následná první splátka se budou poprvé realizovat za čtvrt roku od poskytnutí úvěru. Vypočítejte výši jedné splátky (zaokrouhlete na koruny) a celkový úrok.

Řešení: 773 958 Kč; 4 379 160 Kč

4.) Obchodník s elektronikou získal od banky úvěr ve výši 4 500 000 Kč s úrokovou mírou 13,8%. Banka stanovila měsíční anuity ve výši 90 000. Poslední splátka, kterou se dluh doplatí, může být nižší. Úrokovací období banky je 1 měsíc, první úročení a následná první anuita budou realizovány za měsíc po poskytnutí úvěru. Kolika splátkami bude dluh splacen?

Řešení: 75

Úvěry a leasingy

Varianta C

Klientka hypoteční banky získala úvěr na koupi bytu ve výši 1,2 milionu korun na dobu deseti let. Úvěr splácela měsíčními anuitami, poprvé za měsíc po poskytnutí úvěru. Banka úročila jednou měsíčně; po celou dobu trvání úvěru byla úroková míra 7,9%. Vypočítejte anuitu se zaokrouhlením na koruny a určete, kolik korun činil úrok z hypotečního úvěru celkem.

Příklad:

výše úvěru	$V = 1\,200\,000 \text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,079$
počet úrokovacích období (počet plateb)	$m = 120$
počet dní úrokovacího období	$t = 30$

$$S = \frac{1\,200\,000 \text{ Kč} \cdot 0,079 \cdot \frac{30}{360}}{1 - \left(1 + 0,079 \cdot \frac{30}{360}\right)^{-120}} \doteq 14\,495,98 \text{ Kč}$$

Anuita činila 14 496 Kč.

Celková výše úroku byla $120 \cdot 14\,496 \text{ Kč} - 1\,200\,000 \text{ Kč} = 539\,520 \text{ Kč}$.

Anuita činila 14 496 Kč a celkový úrok byl 539 520 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: Anuita činila 14 496 Kč a celkový úrok byl 539 520 Kč.

Příklady k procvičení:

1.) Manželé Chytilovi plánují rekonstrukci bytu za 300 000 Kč, ale nemají potřebnou částku k dispozici. Banka jim nabídla úvěr na dva roky s úrokovou mírou 8,2%, který budou splácet měsíčními anuitami, poprvé za jeden měsíc po poskytnutí úvěru. Banka úročí jednou měsíčně. Vypočítejte anuitu se zaokrouhlením na koruny a celkový úrok se zaokrouhlením na stokoruny.

Řešení: 13 596 Kč; 26 300 Kč

2.) Klient hypoteční banky získal hypoteční úvěr na stavbu domku ve výši 1,5 milionu korun na dobu 15 let. Úvěr bude splácet měsíčními anuitami. Úroková míra po celou dobu splácení úvěru bude 7,5%. Jak velká bude anuita a kolik korun klient anuitami bance zaplatí celkem?

Řešení: 13 905 Kč; 2 502 900 Kč

3.) Málkovi koupili byt za 2,6 milionu korun. Částku 1,2 miliony korun složili v hotovosti, na 1,4 milionu korun získali hypoteční úvěr na 10 let. Měsíční anuitu jim hypoteční banka vypočetla ve výši 15 194 Kč. Kolik korun Málkovi celkem bance zaplatí v anuitách?

Řešení: 1 823 280 Kč

4.) Pan Pokorný chce získat účelový spotřební úvěr na modernizaci kuchyně. Je ochoten a schopen splácet měsíčně nejvýše 800 Kč po dobu 4 let. Kolik korun maximálně mu může banka půjčit, je-li úroková míra 12,5% a úvěr se poskytuje v celých tisícikorunách.

Řešení: 30 000 Kč

Spoření

Pro kapitál S_m a konci m -tého úrokovacího období dosažený při pravidelném spoření stejných částek platí tento vzorec:

$$S_m = K \cdot \frac{\left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right)^m - 1}{k \cdot i \cdot \frac{t}{360}} \quad (1)$$

Předpokládá se přitom,

- že se užívá standard 30E/360
- že jde o složené úročení
- že časový interval mezi dvěma po sobě jdoucími vklady je kratší nebo roven úrokovacímu období

Symboly i, k, t, m mají stejný význam jako ve vzorci pro K_m při složeném úročení.

Symbol K označuje částku naspořenou v jednom úrokovacím období a na konci tohoto úrokovacího období zúročenou.

Speciální případy:

Na *začátku* každého úrokovacího období se ukládá kapitál K_0 :

$$S_m = K_0 \cdot \left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right) \cdot \frac{\left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right)^m - 1}{k \cdot i \cdot \frac{t}{360}} \quad (2)$$

Na *konci* každého úrokovacího období se ukládá kapitál K_0 :

$$S_m = K_0 \cdot \frac{\left(1 + i \cdot \frac{t}{360}\right)^m - 1}{k \cdot i \cdot \frac{t}{360}}$$

Spořicí účet

je typ účtu, který slouží k ukládání volných peněžních prostředků. Tento účet může být zřizován bez výpovědní lhůty nebo s výpovědní lhůtou. Daň z úroku je 15%.

Stavební spoření

je významná forma spoření podporovaná státem. Každý účastník spoření má nárok na poskytnutí úvěru. Tento úvěr lze čerpat na financování potřeb spojených s bydlením. Stavební spoření provozují stavební spořitelny.

Spoření

Varianta A

Klient banky ukládal **na začátku** každého roku na své konto 5 000 Kč po dobu čtyř let. Banka úročila klientův kapitál jednou ročně, na konci kalendářního roku, s roční úrokovou mírou 2,9%. Kolik korun měl klient na kontě na konci čtvrtého roku po připsání zdaněného úroku?

Příklad:

kapitál ukládaný na začátku úrokovacího období	$K_0 = 5\,000\text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,029$
zdaňovací koeficient	$k = 0,85$
počet úrokovacích období (počet plateb)	$m = 4$
počet dní úrokovacího období	$t = 360$

$$S_4 = 5\,000\text{ Kč} \cdot (1 + 0,85 \cdot 0,029) \cdot \frac{(1 + 0,85 \cdot 0,029)^4 - 1}{0,85 \cdot 0,029} \doteq 21\,263,26\text{ Kč}$$

Klient měl na kontě na konci čtvrtého roku 21 263,26 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 21 263,26 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Studentka Chytilová dostala od rodičů vkladní knížku, na kterou jí rodiče **začátkem roku** vložili 6 500 Kč a stejnou částku jí přidali na knížku začátkem každého dalšího roku. Kolik korun měla studentka na vkladní knížce na konci pátého roku spoření po připsání zdaněného úroku? Úroková míra byla po celou dobu stejná a činila 2,1%.

Řešení: 34 282,35 Kč

2.) Klient banky ukládal **na konci** každého roku na své konto 5 000 Kč po dobu čtyř let. Banka úročila klientův kapitál jednou ročně, na konci kalendářního roku, s roční úrokovou mírou 2,9%. Kolik korun měl klient na kontě na konci čtvrtého roku po připsání zdaněného úroku?

Řešení: 20 751,73 Kč

3.) Studentka Chytilová dostala od rodičů vkladní knížku, na kterou jí rodiče **na konci roku** vložili 6 500 Kč a stejnou částku jí přidali na knížku začátkem každého dalšího roku. Kolik korun měla studentka na vkladní knížce na konci pátého roku spoření po připsání zdaněného úroku? Úroková míra byla po celou dobu stejná a činila 2,1%.

Řešení: 33 681,15 Kč

4.) Klient banky si založil dne 4. 3. vkladní knížku a uložil na ni 7 200 Kč. Dne 12. 6. vložil na knížku další částku ve výši 12 500 Kč a dne 14. 10. částku 9 400 Kč. Úrokovací období je 1 rok, úroková míra je 2,4%, banka úročí na konci kalendářního roku. Kolik korun měl klient na vkladní knížce na konci kalendářního roku po připsání zdaněného úroku?

Řešení: 29 401,50 Kč

Spoření

Varianta B

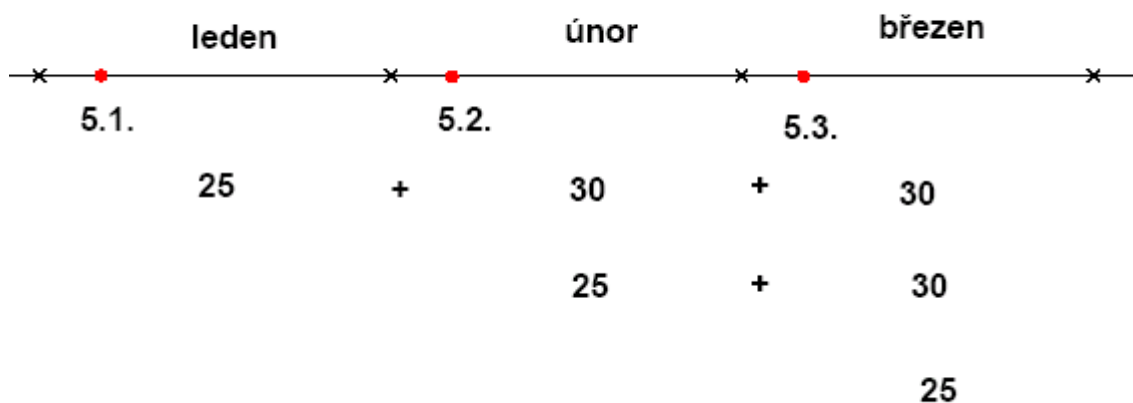
Od začátku roku převádí banka klientovi z jeho běžného účtu pravidelně, vždy pátého dne v měsíci, částku 2 500 Kč na spořicí účet. Úrokovací období pro spořicí účet je čtvrt roku, banka úročí vždy na konci kalendářního čtvrtletí. Kolik korun bude mít klient na konci roku? Předpokládáme, že úroková míra 1,7% bude po celý rok neměnná.

Příklad:

kapitál ukládaný pátého dne každého měsíce	$K_0 = 2\,500 \text{ Kč}$
úroková míra	$i = 0,017$
zdaňovací koeficient	$k = 0,85$
počet plateb v jenom úrokovacím období	$r = 3$
počet úrokovacích období	$m = 4$
počet dní úrokovacího období	$t = 90$

Pro řešení příkladu použijeme vzorec (1), ve kterém potřebujeme nejprve zjistit výši kapitálu K . Tento kapitál je roven částce, která je součtem všech zúročených úložek za jedno čtvrtletní úrokovací období. V každém úrokovacím období je kapitál K stejný; jeho výši můžeme vypočítat například pro první úrokovací období.

Pro určení počtu dní, po které jsou jednotlivé úložky na spořicím účtu během prvního úrokovacího období úročeny, využijeme následující schéma.



Nyní již můžeme vypočítat K :

$$\begin{aligned} K &= 2\,500 \text{ Kč} \cdot \left(1 + 0,85 \cdot 0,017 \cdot \frac{85}{360}\right) + 2\,500 \text{ Kč} \cdot \left(1 + 0,85 \cdot 0,017 \cdot \frac{55}{360}\right) + \\ &+ 2\,500 \text{ Kč} \cdot \left(1 + 0,85 \cdot 0,017 \cdot \frac{25}{360}\right) \\ &= 2\,500 \text{ Kč} \cdot \left(3 + 0,85 \cdot 0,017 \cdot \frac{165}{360}\right) \doteq 7\,516,56 \text{ Kč} \end{aligned}$$

Dosadíme do vzorce (1) vypočítaný kapitál K a dané hodnoty ze zadání příkladu (úrokovací období jsou celkem čtyři):

$$S_4 \doteq 7\,516,56 \text{ Kč} \cdot \frac{\left(1 + 0,85 \cdot 0,017 \cdot \frac{90}{360}\right)^4 - 1}{0,85 \cdot 0,017 \cdot \frac{90}{360}} \doteq 30\,229,55 \text{ Kč}$$

Klient bude mít na konci roku částku 30 229,55 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 30 229,55 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Od začátku roku převádí banka pravidelně panu Hrubému z jeho běžného účtu, vždy desátého dne v měsíci, 1 000 Kč na spořicí účet. Úrokovací období je jeden měsíc, banka úročí vždy na konci měsíce, úroková míra je 2%. Kolik korun bude mít pan Hrubý na spořicímu účtu koncem června téhož roku po zúročení bankou?

Řešení: 6 026,92 Kč

2.) Banka ukládá klientovi z jeho běžného účtu na bankovní konto jednou měsíčně 800 Kč, a to tak, že se vklad začíná úročit vždy od 16. dne v měsíci. Banka úročí jednou měsíčně, na konci kalendářního měsíce. Kolik korun bude mít klient na kontě na konci patnáctého měsíce po zúročení bankou, je-li neměnná úroková míra 2,1%.

Řešení: 12 134,80 Kč

3.) Slečna Krásná ukládá pravidelně jednou čtvrtletně, počínaje dnem 22. 1., na spořicí účet částku 10 000 Kč. Banka úročí jednou pololetně, vždy na konci kalendářního pololetí. Úroková míra je neměnná a činí 2,4%. Kolik korun bude mít slečna Krásná na spořicím účtu na konci třetího období po zúročení bankou?

Řešení: 61 002,21 Kč

4.) Banka poskytuje na spořicí účet s výpovědní lhůtou jeden rok úrokovou míru 2,6%; úročí jednou ročně, vždy na konci roku. Paní Bloková si chce na začátku příštího roku takový účet založit a pravidelně jednou měsíčně na něj ukládat stejnou částku. Přitom by na konci roku chtěla mít na účtu po připsání zdaněného úroku částku 10 000 Kč. Kolik korun by musela paní Bloková měsíčně ukládat, když by první částku složila začátkem ledna?

Řešení: 824 Kč

Spoření

Varianta C

Klientka banky chce za 4 roky získat na spořicímu účtu 75 000 Kč. Určete výši částky, kterou by musela pravidelně na začátku každého čtvrtletí ukládat. Úroková míra je 2,6%, úrokovací období jsou tři měsíce.

Příklad:

úroková míra	$i = 0,026$
zdaňovací koeficient	$k = 0,85$
počet úrokovacích období (počet plateb)	$m = 16$
počet dní úrokovacího období	$t = 90$
výsledný kapitál	$S_4 = 75\,000\text{ Kč}$

K výpočtu čtvrtletní úločky použijeme vzorec (2), ze kterého vyjádříme K_0 a dosadíme hodnoty ze zadání příkladu:

$$K_0 = \frac{S_m \cdot k \cdot i \cdot \frac{t}{360}}{\left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right) \cdot \left[\left(1 + k \cdot i \cdot \frac{t}{360}\right)^m - 1\right]} =$$

$$= \frac{75\,000\text{ Kč} \cdot 0,85 \cdot 0,026 \cdot \frac{90}{360}}{\left(1 + 0,85 \cdot 0,026 \cdot \frac{90}{360}\right) \cdot \left[\left(1 + 0,85 \cdot 0,026 \cdot \frac{90}{360}\right)^{16} - 1\right]} \doteq 4\,471,59\text{ Kč}$$

Klientka by musela čtvrtletně ukládat 4 472 Kč.

Příklad:

[Varianta A](#)

[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

Výsledek řešení: 4 472 Kč

Příklady k procvičení:

1.) Studentka Čechová chce naspořit za rok a čtvrt na zahraniční zájezd 17 000 Kč. Jakou částku by musela ukládat začátkem každého měsíce na spořicí účet s úrokovou mírou 1,8% a s úrokovacím obdobím jeden měsíc?

Řešení: 1 122 Kč

2.) Klient banky ukládal na začátku každého kalendářního roku po dobu tří let na vkladní knížku s úrokovou mírou 2% částku 12 000 Kč. Kolik korun navíc by musel ještě vložit na začátku prvního roku spoření, aby výsledná částka na konci třetího roku činila 45 000 Kč? Banka úročí jednou ročně, vždy na konci kalendářního roku.

Řešení: 7 380 Kč

3.) Student Ryšavý spořil tři roky na novou motorku za 29 000 Kč. Na začátku každého měsíce ukládal pravidelně částku 500 Kč na spořicí účet s úrokovou mírou 2% a měsíčním úrokovacím obdobím. Určete, kolik korun by mu na začátku spoření museli dát rodiče na spořicí účet, aby po třech letech získal požadovanou částku.

Řešení: 9 998 Kč

4.) Jiří si chce ušetřit za 3 roky 60 000 Kč na zahraniční zájezd. Předpokládá, že by ukládal pravidelně jednou za čtvrt roku částky o stejné výši. Spořit začne začátkem příštího roku. Banka poskytuje úrokovou míru 3% a úročí jednou ročně, vždy na konci kalendářního roku, daň z úroku je 15%. Částky bude Jiří ukládat vždy začátkem čtvrtletí. Kolik korun budou činit čtvrtletní vklady? Zaokrouhlete na celé stokoruny.

Řešení: 4 800 Kč