

7. Výroková logika, negace výroků

- 1) K implikaci
„Je-li součin dvou činitelů sudý, pak nejsou oba činitelé lichá čísla“
vyslovte obměněnou implikaci, obrácenou implikaci a negaci implikace.
- 2) Účast tří sourozenců A, B, C na koncertě je vázána podmínkami:
nepůjde A nebo nepůjde B ,
když B nepůjde, nepůjde ani A ,
 C půjde právě tehdy, když nepůjde A .
Jaké možnosti účasti na koncertě jsou?
- 3) Architekt má vypracovat návrh sektorové stěny do obývacího pokoje z elementů sektorového nábytku U-100 na základě těchto zákaznických požadavků:
Ve stěně má být zařazena knihovnička a též prádelník nebo se v ní musí vyskytovat zásuvková skříňka a barová skříňka. Zákazník si dále nepřeje, aby ve stěně byly společně knihovnička a zásuvková skříňka, právě tak by se mu nelíbilo současné zařazení knihovničky a barové skříňky.
Architekt navrhl stěnu, v níž je kromě jiných elementů zařazen prádelník, zásuvková a barová skříňka, není zařazena knihovnička. Splnil všechny zákaznickovy požadavky? Měl ještě jiné možnosti pro sestavení stěny, aby přitom vyhověl všem zákaznickovým požadavkům?
(Řešte tabulkou i Booleovou algebrou).
- 4) Do restaurace přišli 3 hosté A, B, C . Číšník zjistil, že bude obědvat nejmíň jeden z A, C a nejvýš jeden z dvojice B, C . Host A bude obědvat právě tehdy, když nebude obědvat C .
Rozhodněte, komu vlastně číšník přinesl oběd.
- 5) Účast v plaveckém kroužku je vázána podmínkami:
a) Každý uplave 100m a nebo bude mít potvrzení, že umí plavat.
b) Každý má mít dobrý prospěch.
Profesor sděluje: Každý musí mít dobrý prospěch a přitom uplavat 100m nebo přinést potvrzení a mít dobrý prospěch. Říká totéž?
- 6) Některý z žáků A, B, C rozbil okno. Je zjištěno, že v té době A nebyl u okna nebo u něj nebyl B . Když B nebyl u okna, nebyl tam ani A . Žák C byl u okna právě tehdy, když u něj nebyl A .
Pokuste se určit, kdo rozbil okno.
- 7) Znegujte výroky (vyslovte zkrácené negace):
a) Daná rovnice má aspoň 3 reálné kořeny.
b) Nejvýše 3 studenti neměli v pořádku pomůcky.
c) Aspoň 1 žák řeší matematickou olympiádu.
d) Každý den je důvod k radosti.
e) Nikdy nevstávám před 6. hodinou ráno.
- 8) Petr a Pavel čekají před kinem na své kamarády Adama, Břet'u a Cyrila.
Petr tvrdí: „Přijde-li Adam a Břet'a, přijde i Cyril.“
Pavel říká: „Já si myslím, že když přijde Adam a nepřijde Cyril, nepřijde ani Břet'a.“
Na to povídá Petr: „To ovšem říkáš totéž co já.“
Rozhodněte, zda oba skutečně říkají totéž.

- 9) Pro provozní dobu tří benzinových stanic A, B, C v určitém městě platí podmínky:
Vždy je v provozu benzinová stanice A nebo C . Stanice C je mimo provoz, právě když je otevřeno ve stanici A . Má-li prodejní dobu stanice C , pak stanice A není v provozu a je v činnosti stanice B .
Určete všechny možnosti provozu těchto tří benzinových stanic.
- 10) Činnost turbogenerátorů A, B, C v jedné elektrárně je dána podmínkami:
Když není v chodu A , je v činnosti B . Jestliže není v provozu B a není v provozu ani C , pak je mimo provoz i A . Je-li vypnut A a zapnut B , pak je zapnut také C .
Určete všechny možnosti pro práci této trojice turbogenerátorů.
- 11) Ve výstavní síni byl odcizen obraz. Vyšetřováním se okruh podezřelých zúžil na osoby A, B, C . Z výsledku podezřelých i svědků lze fakta o přítomnosti podezřelých ve výstavní síni shrnout do tří závěrů:
a) Podezřelý C tam byl právě tehdy, když tam nebyl žádný z dvojice A, B .
b) Ve výstavní síni v té době nebyl C nebo není pravda, že tam byl aspoň jeden z dvojice A, C .
c) Jestliže není pravda, že tam byl A současně s B , pak tam nebyl ani C .
Lze z těchto údajů jednoznačně určit pachatele? Kdo je to?
- 12) Petr vyslovil názor, že kořen rovnice je menší nebo roven 9 a větší nebo roven 7, a že když je kořen dvojnásobný, je jím číslo 8.
Jeho výrok se ukázal být nepravdivý. Co se zjistilo o kořenu?
- 13) Ověřte, zda se jedná o tautologie:
a) $\left[(A \vee B)' \wedge (A' \Rightarrow B)' \right]$
b) $[A \Rightarrow (B \Rightarrow C)] \Leftrightarrow [(A \wedge B) \Rightarrow C]$
- 14) Účast Aleny, Báry, Cyrila a Davida na koncertě skupiny PINK FLOYD je vázána těmito podmínkami:
Přijde aspoň jeden chlapec, nejvýše jedna dívka a právě jeden ze sourozenců Alena, Cyril.
Bára nepřijde bez Davida, přitom je však vyloučeno, aby přišla Alena spolu s Davidem.
Které skupiny z této čtveřice se mohou zúčastnit a kdo na koncert určitě půjde?
- 15) Zájemkyně o zájezd do Středomoří má velmi náročné a poněkud podivínské požadavky na výběr dopravních prostředků.
Chtěla by letět letadlem nebo jet lodí, ale nechce použít obou dopravních prostředků. Navíc by chtěla jet lodí a přitom už necestovat vlakem nebo by si přála jet vlakem a přitom už neletět letadlem.
Zoufalý úředník Čedoku jí nabídl 2 zájezdy. V prvním byla pouze jízda lodí a vlakem, ve druhém pouze let letadlem.
Paní si vzala spokojeně druhý z nabídnutých zájezdů.
Splňoval všechna její přání? Vyhovoval by první z nabídnutých zájezdů všem jejím požadavkům?
- 16) Znegujte výroky:
a) Ke každému trojúhelníku existuje aspoň jedna kružnice, která je mu opsaná.
b) Existuje přirozené číslo, které je dělitelem každého prvočísla.
c) Pro každou dvojici a, b reálných čísel platí:
Je-li $a \cdot b = 0$, je $a = 0$ nebo $b = 0$.

Výsledky

(7. Výroková logika, negace výroků)

- 1)
- 2) Dvě možnosti:
 - a) půjde $B a C$,
 - b) půjde jen C .
- 3) Splnil, měl ještě 2 další možnosti
- 4) 3 možnosti:
 1. $A a B$,
 2. C ,
 3. A
- 5) Říká
- 6) Pachatel je C
- 7)
- 8) Říkají
- 9) Možnosti:
 - a) V provozu je stanice $A a B$, C mimo provoz
 - b) Otevřeno má pouze A
 - c) Stanice A má zavřeno, v provozu jsou $B a C$.
- 10) 4 možnosti:
 - a) Jsou v chodu všechny 3
 - b) Je v chodu právě $A a B$
 - c) Je v chodu právě $A a C$
 - d) Je v chodu právě $B a C$
- 11) Nelze
- 12) Zjistil ($x < 7$ nebo $x > 9$) nebo x je dvojnásobný kořen různý od 8.
- 13)
 - a) ano,
 - b) ano
- 14) Koncertu se zúčastní jedna ze tří skupin:
 - a) Bára, Cyril, David,
 - b) Cyril s Davidem,
 - c) Cyril sám.Alena se určitě nezúčastní, zatímco Cyril určitě ano.
- 15) Nevyhovoval druhý, první ano.
- 16)
 - a) Existuje trojúhelník, kterému není opsaná žádná kružnice.
 - b) Ke každému přirozenému číslu n najdeme vždy aspoň 1 prvočíslo, které n nedělí.
 - c) Existuje aspoň jedna dvojice a, b reálných čísel, pro kterou platí:
 $a \cdot b = 0$ a zároveň $a \neq 0$ a zároveň $b \neq 0$.