

50. Užití určitého integrálu - délka křivky, objem tělesa

- 1) Odvoďte vztah pro objem koule.
- 2) Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací křivky $9x^2 + 16y^2 = 144$ kolem osy x .
- 3) Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací menšího ze dvou obrazců ohraničených křivkami $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $y = x$ kolem osy x .
- 4) Odvoďte vztah pro výpočet objemu kulové úseče.
- 5) Určete objem rotačního paraboloidu s poloměrem podstavy $r = 3\text{cm}$ a výškou $v = 6\text{cm}$.
- 6) Určete délku křivky $y^2 = (x+1)^3$ v levé polovině vyřáté přímkou $x = 4$.
- 7) Odvoďte vztah pro výpočet objemu rotačního komolého kužele.
- 8) Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací obrazce omezeného křivkami $y = x$, $y = 8$, $y = 0$, $x = 0$ kolem osy y .
- 9) Určete délku oblouku grafu fce $y = \ln(\cos x)$ pro $x \in \left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle$.
- 10) Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací křivky $y = \sin 2x$ v intervalu $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ kolem osy x .
- 11) Odvoďte vztah pro výpočet objemu kužele.
- 12) Určete délku křivky $y^2 = x^3$ mezi osou y a přímkou $x = \frac{4}{3}$.
- 13) Určete objem tělesa omezeného souřadnými osami a křivkou $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ a vzniklého rotací kolem osy x .
- 14) Odvoďte vztah pro výpočet objemu anuloidu.
- 15) Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací obrazce omezeného křivkou $y = 3 - \sin x$, kde $x \in \langle 0; \pi \rangle$ kolem osy x .
- 16) Odvoďte vztah pro výpočet délky kružnice.
- 17) Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací astroidy $x = a \cdot \cos^3 t$, $y = a \cdot \sin^3 t$.
- 18) Určete délku astroidy.

Výsledky

(50. Užití určitého integrálu - délka křivky, objem tělesa)

- 1) $\frac{4}{3}\pi r^3$
- 2) 48π
- 3) $\frac{p}{3}$
- 4) $\frac{\pi v^2}{3}(3r - v)$
- 5) $27p$
- 6) $\frac{670}{27}$
- 7) $\frac{\pi v}{3}(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
- 8) $\frac{96\pi}{5}$
- 9) $\ln(2 + \sqrt{3})$
- 10) $\frac{\pi^2}{4}$
- 11) $\frac{1}{3}\pi r^2 v$
- 12) $\frac{112}{27}$
- 13) $\frac{6p}{15}$
- 14) $2p^2 R r^2$
- 15) $\pi(11\pi - 24)$
- 16) $2\pi r$
- 17) $\frac{32pa^3}{105}$
- 18) $6a$