

Čtyřúhelníky

1. V lichoběžníku $ABCD$ ($AB \parallel CD$) $|\sphericalangle A| = 57^\circ, |\sphericalangle C| = 4 \cdot |\sphericalangle B|$. Vypočítej velikosti vnitřních úhlů lichoběžníku.
2. Sestroj osy vnitřních úhlů kosodélníku. Dokaž, že určují obdélník. Jak je tomu ve čtverci, kosočtverci a obdélníku?
3. V lichoběžníku $ABCD$ ($AB \parallel CD$) platí $|AB| = 2 \cdot |CD|$. Dokaž, že spojnice vrcholů C, D se středem O úsečky AB dělí lichoběžník na tři shodné trojúhelníky.

Kružnice kruh

4. Je dán oblouk kružnice. Urči její střed.
5. Je dána kružnice $k(S; r)$ a bod uvnitř kružnice k . Sestroj tětivu kružnice k , která je bodem M půlena.
6. Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$ a přímka p ; $|Sp| = 5 \text{ cm}$. Sestroj tečny kružnice: a) rovnoběžné b) kolmé na přímkou p .
7. Sestroj tečnu kružnicového oblouku s nepřístupným středem, která je rovnoběžná s danou přímkou.
8. Urči vzájemnou polohu kružnic $k_1(S_1; r_1)$, $k_2(S_2; r_2)$, je-li:
 - a) $|S_1S_2| = 10 \text{ cm}, r_1 = 7 \text{ cm}, r_2 = 2 \text{ cm}$
 - b) $|S_1S_2| = 10 \text{ cm}, r_1 = 7 \text{ cm}, r_2 = 3 \text{ cm}$
 - c) $|S_1S_2| = 10 \text{ cm}, r_1 = 7 \text{ cm}, r_2 = 5 \text{ cm}$
 - d) $|S_1S_2| = 4 \text{ cm}, r_1 = 7 \text{ cm}, r_2 = 3 \text{ cm}$
 - e) $|S_1S_2| = 2 \text{ cm}, r_1 = 7 \text{ cm}, r_2 = 3 \text{ cm}$
 - f) $|S_1S_2| = 0 \text{ cm}, r_1 = 7 \text{ cm}, r_2 = 3 \text{ cm}$
9. Je dána kružnice $k(S; 4 \text{ cm})$ a bod O uvnitř kružnice ($|OS| = 1.5 \text{ cm}$). Sestroj všechny kružnice se středem O , které se dotýkají kružnice k .
10. Sestroj kružnice k_1, k_2, k_3 , které mají poloměry $r_1 = 5.5 \text{ cm}$, $r_2 = 2.5 \text{ cm}$, $r_3 = 1.5 \text{ cm}$ tak, aby: a) měly navzájem vnější dotyk b) kružnice k_1, k_2 měly vnitřní a k_1, k_3 vnitřní a k_2, k_3 vnější dotyk.
11. Urči poloměry r_1, r_2 dvou soustředných kružnic, jestliže jsou v poměru 5:9 a šířka mezikruží je 12 cm.
12. Je dán trojúhelník ABC , jehož obvod je $2s$ ($2s = a + b + c$), a kružnice $k(S; \rho)$ je kružnice trojúhelníku vepsaná. Vypočti délku tečny kružnice k z bodu A .

Úhly příslušné oblouku kružnice

13. Urči velikost obloukového úhlu příslušného k oblouku, jehož délka je a) $\frac{3}{5}$ délky kružnice b) $\frac{5}{8}$ délky kružnice.
14. Vypočti velikost vnitřních úhlů v trojúhelníku, který dostaneš, spojí-li se na ciferníku hodinek body vyznačující 1, 5 a 8.
15. Ve čtyřúhelníku $ABCD$, jehož vrcholy leží na kružnici, je $|\sphericalangle A| = 58^\circ$, $|\sphericalangle B| = 134^\circ$. Vypočítej velikosti zbývajících vnitřních úhlů.

16. Dokaž, že spojnice bodů, které vyznačují na ciferníku hodinek 1, 6 a 8 jsou k sobě kolmé.
17. \widehat{AB} je menší oblouk kružnice, obvodový úhel k němu příslušný má velikost 65° . V bodech A, B jsou sestrojeny tečny kružnice, bod X je jejich průsečík. Vypočítejte velikost úhlu AXB .
18. Osa středového úhlu a osy všech obvodových úhlů k příslušným k témuž oblouku se protínají v jednom bodě, který leží na daném oblouku. Dokaž.
19. Kružnice k_1, k_2 se protínají v bodech A, B . AX, AY jsou jejich průměry. Body X, B, Y leží v přímce. Dokaž.
20. Kružnice, jejichž průměry jsou odvěsny pravoúhlého trojúhelníku, se protínají na přeponě. Dokaž.
21. Jsou dány dvě kružnice dotýkající se vně. Tětivy, které spojují průsečíky libovolných dvou sečen procházejících bodem dotyku s kružnicemi, jsou navzájem rovnoběžné. Dokaž.

Řešení:

1. $57^\circ, 36^\circ, 144^\circ, 123^\circ$ 2. Osy vedlejších úhlů jsou k sobě kolmé. Ve čtverci a kosočtverci procházejí všechny osy jedním bodem, v obdélníku určují čtverec. 3. Užij větu o střídavých úhlech při rovnoběžkách a větu *sus* pro shodnost trojúhelníků. 4. Zvol dvě vhodné tětivy a sestroj jejich osy. 5. Kolmice bodem M k přímce SM . 6. 7. Sestroj libovolnou tětivu rovnoběžnou s danou přímkou. Bod dotyku je společný bod osy tětivy a oblouku. 8. a) Jedna leží vně druhé b) Dotýkají se vně. c) Protínají se. d) Mají vnitřní dotyk e) Jedna leží uvnitř druhé. f) Soustředné. 9. 10. 11. 15 cm, 27 cm. 12. $s - a$ 13. a) 108° b) $112^\circ 30'$ 14. $45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$
15. $122^\circ, 46^\circ$ 16. $|\sphericalangle 816| = 30^\circ, |\sphericalangle 581| = 60^\circ$ 17. 50° 18. plyne ze vztahu mezi obvodovým a středovým úhlem příslušným k témuž oblouku. 19. $|\sphericalangle XBA| = |\sphericalangle YBA| = 90^\circ$
20. $|\sphericalangle APC| = |\sphericalangle BPC| = 90^\circ$
- 21.