

22. Rovnice v oboru komplexních čísel

Není-li řečeno jinak, je $x, y, z \in \mathbb{C}$.

1) $4 \cdot (2 + i)x + (1 - 4i)y + 7 = (3 + i)x - 6 \cdot (2i - 1) + 9i, x, y \in \mathbb{R}$

2) $20x^2 + \frac{97}{x^2} + 16 = \frac{4(x^2 + 2)^2}{x^2}$

3) $(1 - 2i)z = 2\bar{z} - i(2 + i)$

4) Určete množinu všech obrazů soustavy:

$$\left| \frac{z + 2i}{z - 5} \right| = 3 \wedge z = \bar{z}$$

5) $(3x - 1)^3 + 125 = 0$

6) $-z = \bar{z}^2$

7) $x^2 - ix + 2 = 0$

8) Určete množinu všech obrazů soustavy:

$$\left| \frac{z - 2i}{z - 1} \right| = 3 \wedge |z - 1| = |z + i|$$

9) $z^8 = -128 - 128i\sqrt{3}$

10) $x^2 + 4x + 13 = 0$

11) $x^2 - 3x + 3 + i = 0$

12) $x^8 - 272x^4 + 4096 = 0$

13) $z^2 - \frac{3}{2}zi + 1 = 0$

14) Sestavte kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, když 1 kořen je $x = \frac{4i}{1 - i}$.

15) $|z| - z = 1 + 2i$

16) V oboru komplexních čísel řešte soustavu rovnic:

$$|z - 1| = |z + 1| = |z - i\sqrt{3}|$$

17) $(2x - 5)^4 = -1$

18) Rovnice $x^2 + px + 17 = 0$ má 1 kořen $x = 3 - 2i\sqrt{2}$.

Určete 2. kořen a parametr p .

19) $x^6 - 64 = 0$

Výsledky

(22. Rovnice v oboru komplexních čísel)

- 1) $x = -\frac{7}{23}, y = \frac{12}{23}$
- 2) $x_{1,2,3,4} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{4} \pm i \frac{3\sqrt{2}}{4}$
- 3) $z = 7 + 4i$
- 4) $x_{1,2} = \frac{20}{3} \pm i \frac{4}{3} \sqrt{7}$
- 5) $x_{1,2} = \frac{7}{6} \pm i \frac{5\sqrt{3}}{6}, x_3 = -\frac{4}{3}$
- 6) $z_1 = 0, z_2 = -1, z_{3,4} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i$
- 7) $x_1 = 2i, x_2 = -i$
- 8) $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{16} (1 - i)$
- 9) $z_k = 2 \left(\cos \frac{240^\circ + k \cdot 360^\circ}{8} + i \cdot \sin \frac{240^\circ + k \cdot 360^\circ}{8} \right) k = 0, 1, 2, \dots, 7$
- 10) $x_{1,2} = -2 \pm 3i$
- 11) $x_1 = 1 + i, x_2 = 2 - i$
- 12) $x_1 = 4, x_2 = -4, x_3 = 4i, x_4 = -4i, x_5 = 2, x_6 = -2, x_7 = 2i, x_8 = -2i$
- 13) $z_1 = -\frac{1}{2}i, z_2 = 2i$
- 14) $x^2 + 4x + 8 = 0$
- 15) $z = \frac{3}{2} - 2i$
- 16) $z = \frac{\sqrt{3}}{3}i$
- 17) $x_{1,2,3,4} = \frac{10 \pm \sqrt{2}}{4} \pm \frac{\sqrt{2}}{4}i$
- 18) $x_2 = 3 + 2\sqrt{2}i, p = -6$
- 19) $x_1 = 2, x_2 = 1 + \sqrt{3}i, x_3 = -1 + \sqrt{3}i, x_4 = -2, x_5 = -1 - \sqrt{3}i, x_6 = 1 - \sqrt{3}i$