19. Parabola

1) Najděte rovnici paraboly, která má vrchol v počátku, osu v ose x a dotýká se přímky $3x-2y+8=0$.
2) Je dána parabola $p: y^2+3x+4y-8=0$.
Napište rovnici přímky, která prochází jejím vrcholem V a je rovnoběžná s přímkou $a: x-y=0$.
Určete pak průsečíky této přímky s parabolou.
3) Najděte rovnici paraboly, která má vrchol $V[3,-7]$, prochází bodem $M[4,-5]$ a má osu rovnoběžnou s některou osou souřadnic.
4) Najděte tečnu paraboly $x^2-16y-2x-31=0$, která je kolmá k přímce $x+2y-20=0$.
5) Najděte rovnici tečny a normály paraboly $y^2=7x$ v bodě $T\left[\frac{7}{4}, y_T>0\right]$.
6) Určete hodnotu reálného parametru c tak, aby přímka $p: x+4y+c=0$ byla nesečnou paraboly $y^2+3x+4y-8=0$.
7) Najděte rovnici tečny paraboly $y^2-6x-6y+3=0$, která je rovnoběžná s př. $3x-2y+7=0$.
8) Najděte rovnici tečny k parabole $x^2=36y$, která prochází bodem $Q[9,2]$.
9) Střela vržená počáteční rychlostí $v=500\frac{m}{s}$ v elevačním úhlu $30°$ zasáhla cíl, který byl o $300m$ výše než palebné postavení.
Určete vzdálenost cíle od palebného postavení.
10) Napište rovnici tečny a normály v bodě $T[-1,?]$ ke křivce $y^2-8x-6y-63=0$.
11) Je dána parabola $y^2-6x+4y+4=0$.
Určete její ohnisko F, vrchol V, rovnice řídicí př. d, osy paraboly o, vrcholové tečny t_v.
12) Napište rovnice tečen paraboly určené $V[-4,0]$ a ohniskem $F[-3,0]$ v jejích průsečících s přímkou $y=x+1$.
13) Parabola má osu rovnoběžnou s osou y a prochází body $A[0,0]$, $B[-1,-3]$, $C[-2,-4]$.
Napište rovnici paraboly a určete její vrchol.
Určete rovnici kružnice, jejímž průměrem je tětiva vyťatá danou parabolou na ose x.
14) K parabole $y^2=2x-20$ veďte tečnu rovnoběžnou s přímkou $p: x-2y=0$ a určete její bod dotyku.
15) Který bod paraboly $y^2-10x=0$ je nejblíže k přímce $p: 2x-y+2=0$?
16) Parabola $(x-3)^2=2p(y+2)$ má tečnu $t: x+y+2=0$.
Určete parametr p a bod dotyku T.
17) Střela je vystřelená rychlostí v_0 pod elevačním úhlem $\alpha \in (0°,90°)$.
Určete rovnici dráhy střely, její dolet a maximální výšku.
18) Tři vrcholy čtverce leží na parabole $y^2=8x$ tak, že vrchol A splývá s vrcholem paraboly a protilehlý vrchol C leží na ose x.
Určete souřadnice vrcholů tohoto čtverce.

Výsledky
(19. Parabola)

1) $y^2 = 24x$
2) $y = x - 6, P[4,-2], Q[1,-5]$
3) $(x-3)^2 = 0{,}5(y+7), (y+7)^2 = 4(x-3)$
4) $t: 2x - y - 20 = 0$
5) $t: 4x - 4y + 7 = 0, n: 4x + 4y - 21 = 0$
6) $c \in (-\infty, -8)$
7) $t: 3x - 2y + 11 = 0$
8) $t: 2x - 3y - 12 = 0, t': x - 3y - 3 = 0$
9) přibližně $600m$ nebo $21100m$
10) $t: x + 2y + 11 = 0, \mathrm{n}: 2x - y - 3 = 0, t': x - 2y + 23 = 0, \mathrm{n}': 2x + y - 9 = 0$
11) $F[1{,}5; -2], V[0; -2], d: x = -1{,}5, o: y = -2, t: x = 0$
12) $x - 3y + 13 = 0, x + y + 5 = 0$
13) $y + 4 = (x+2)^2, V[-2,-4], (x+2)^2 + y^2 = 4$
14) $t: x - 2y - 8 = 0, T[12,2]$
15) nejkratší vzdálenost má bod dotyku tečny, která je rovnoběžná s přímkou p $T\left[\frac{5}{8}, \frac{5}{2}\right]$
16) $p = 6, T[-3,1]$
17) parametricky:

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha$$

$$y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$$

po vyloučení parametru:

$$y = x \cdot tg\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$$

dolet: $x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha$

max. výška: $y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \sin^2\alpha$

18) $A[0,0], B[8,-8], C[16,0], D[8,8]$