

FEK-7.1 Je zadána rovnost $(y^4 \cdot y^{2p})^{\frac{1}{2}} = y$, $p \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.

a) Napište, pro jaká y má tento vztah smysl. [2 b.]

b) Určete, pro která p je daná rovnost splněna. [4 b.]

Řešení:

a) $y > 0$

b)

$$\begin{aligned} (4 + 2p) \frac{1}{2} &= 1 \\ 2 + p &= 1 \\ p &= -1 \end{aligned}$$

FEK-7.2 Řešte v \mathbb{R} rovnici $5^{x-4} = 0,008$.
Řešení

[4 b.]

$$\begin{aligned}5^{x-4} &= \frac{1}{125} \\5^{x-4} &= 5^{-3} \\x-4 &= -3 \\x &= 1\end{aligned}$$

FEK-7.3 Je dána rovnice $\frac{1}{2} \log(3x + 22) = \log(x - 2)$.

- a) Stanovte podmínky řešitelnosti v \mathbb{R} . [2 b.]
b) Řešte danou rovnici. [4 b.]
c) Proveďte zkoušku. [2 b.]

Řešení:

a) $x > 2$

b)

$$\begin{aligned} \log(3x + 22) &= 2 \log(x - 2) \\ 3x + 22 &= x^2 - 4x + 4 \\ x^2 - 7x - 18 &= 0 \\ (x - 9)(x + 2) &= 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 9, x_2 = -2 \end{aligned}$$

Řešení $x_2 = -2$ nevyhovuje.

c) $L(9) = \frac{1}{2} \log 49 = \log 7$
 $P(9) = \log 7 \quad \Rightarrow \quad L(9) = P(9)$

FEK-7.4 Řešte v \mathbb{R} nerovnici $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3$.

[4 b.]

Řešení

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{3}\right)^x &< 3 \\ 3^{-x} &< 3^1 \\ -x &< 1 \\ x &> -1\end{aligned}$$

FEK-7.5 Je dána funkce $y = f(x)$, kde $f(x) = a \cdot \sin x + b$.

- a) Určete konstanty a, b tak, aby graf funkce f procházel body $A = [0; 1]$, $B = \left[\frac{\pi}{2}; 3\right]$. [2 b.]
- b) Výpočtem zjistěte, zda bod $C = [-\pi; 1]$ leží na grafu funkce $f(x)$ (určené v 1. části). [2 b.]
- c) Nakreslete graf funkce f (určené v 1. části) pro $x \in \langle -\pi, 2\pi \rangle$. [4 b.]

Řešení

a)

$$\begin{aligned} a \cdot \sin 0 + b &= 1 \\ a \cdot \sin \frac{\pi}{2} + b &= 3 \\ b = 1 \quad a = 3 - 1 = 2 &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 \sin x + 1$$

b) $f(-\pi) = 2 \sin(-\pi) + 1 = 1 \Rightarrow C$ leží na grafu funkce f

c)

FEK-7.6 Mezi čísla 8 a $\sqrt{2}$ vložte čtyři čísla tak, aby s danými dvěma tvořila po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. [4 b.]

Řešení

$$a_1 = 8, a_2 = 8q, a_3 = 8q^2, a_4 = 8q^3, a_5 = 8q^4, a_6 = \sqrt{2}$$

$$a_6 = a_1 q^5 \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{\sqrt{2}}{8}} = \sqrt[5]{2^{-\frac{9}{2}}} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\text{Vložená čísla: } a_2 = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}, a_3 = 4, a_4 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}, a_5 = 2$$

FEK-7.7 Jsou dány přímky $p_1: x - y - 3 = 0$, $p_2: 3x + y - 25 = 0$ a body $B = [4; -5]$, $C = [2; 3]$.

a) Vypočtete souřadnice průsečíku P přímek p_1, p_2 . [4 b.]

b) Určete rovnici přímky p , která prochází bodem P a je rovnoběžná s přímkou BC . [2 b.]

Řešení

a) $x - y - 3 = 0 \wedge 3x + y - 25 = 0 \Rightarrow x = 7, y = 4 \Rightarrow P = [7, 4]$

b)

$$\begin{aligned}x &= 7 - 2t \\y &= 4 + 8t, t \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

$$4x + y = 28 + 4 \Rightarrow 4x + y - 32 = 0$$