

**FEK-27.1** Je dán výraz  $\left(1 - \frac{x}{x-1}\right) : \frac{1+x}{1-x}$ .

- a) Určete hodnotu tohoto výrazu pro  $x = -3$ . [2 b.]  
b) Upravte a zjednodušte tento výraz. [2 b.]  
c) Napište, pro které hodnoty  $x \in \mathbb{R}$  má výraz smysl. [2 b.]

**Řešení**

a)  $\left(1 - \frac{-3}{-4}\right) : \frac{-2}{4} = \frac{1}{4} \cdot (-2) = -\frac{1}{2}$

b)  $\left(1 - \frac{x}{x-1}\right) : \frac{1+x}{1-x} = \frac{x-1-x}{x-1} \cdot \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{1+x}$

c)  $x \neq \pm 1$

**FEK-27.2** Je dána rovnice  $2 \sin x \cos x - 3 \sin 2x = 0$ .

a) Zjednodušte levou stranu rovnice.

[2 b.]

b) Vyřešte danou rovnici v  $\mathbf{R}$ .

[4 b.]

**Řešení**

a)  $2 \sin x \cos x - 3 \sin 2x = \sin 2x - 3 \sin 2x = -2 \sin 2x$

b)

$$\begin{aligned} 2 \sin x \cos x - 3 \sin 2x &= 0 \\ -2 \sin 2x &= 0 \\ 2x &= k\pi \\ x &= \frac{k\pi}{2} \end{aligned}$$

**FEK-27.3** Je dána rovnice  $\binom{3x-1}{3x-3} - \binom{2x+2}{2x} = 0$ .

a) Vypočtete  $\binom{3x-1}{3x-3}$ . [2 b.]

b) Vypočtete  $\binom{2x+2}{2x}$ . [2 b.]

c) Řešte danou rovnici. [2 b.]

d) Proveďte zkoušku. [2 b.]

### Řešení

a)  $\binom{3x-1}{3x-3} = \binom{3x-1}{2} = \frac{(3x-1)(3x-2)}{2}$

b)  $\binom{2x+2}{2x} = \binom{2x+2}{2} = \frac{(2x+2)(2x+1)}{2}$

c)

$$\begin{aligned} \binom{3x-1}{3x-3} - \binom{2x+2}{2x} &= 0 \\ \frac{(3x-1)(3x-2)}{2} - \frac{(2x+2)(2x+1)}{2} &= 0 \\ 9x^2 - 3x - 6x + 2 - (4x^2 + 4x + 2x + 2) &= 0 \\ 5x^2 - 15x &= 0 \\ x(x-3) &= 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 3 \end{aligned}$$

d) Pro  $x_1 = 0$  není levá strana rovnice definována.

*Zkouška:*

$$L(3) = \binom{8}{6} - \binom{8}{6} = 0, \quad P(3) = 0 \Rightarrow L(3) = P(3)$$

**FEK-27.4**

a) V  $\mathbb{R}$  řešte nerovnici  $4 + 3x - \frac{x}{6} > \frac{2x-4}{3} - 5$ . [2 b.]

b) Je tato nerovnice splněna pro  $x = 10$ ? [2 b.]

**Řešení**

a)

$$\begin{aligned}4 + 3x - \frac{x}{6} &> \frac{2x-4}{3} - 5 \\24 + 18x - x &> 4x - 8 - 30 \\13x &> -62 \\x &> -\frac{62}{13} \Rightarrow x \in \left(-\frac{62}{13}; +\infty\right)\end{aligned}$$

b) Nerovnice je splněna.

$$L(1) = \frac{41}{6}, P(1) = -\frac{17}{3}, L(1) > P(1)$$

**FEK-27.5** Je dána funkce  $f: y = -2x + 1$ .

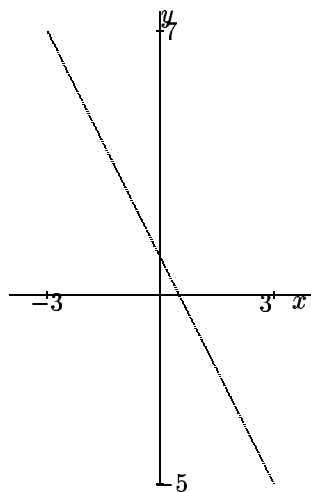
a) Určete definiční obor  $D(f)$  a obor funkčních hodnot  $H(f)$  funkce  $f$ .  
[2 b.]

b) Sestrojte graf funkce  $f$  pro  $x \in \langle -3; 3 \rangle$ .  
[2 b.]

**Řešení:**

a)  $D(f) = \mathbf{R}$ ,  $H(f) = \mathbf{R}$

b)  $f(0) = 1$ ,  $f(-\frac{1}{2}) = 0$ ,  $f(-3) = 7$ ,  $f(3) = -5$



**FEK-27.6** V geometrické posloupnosti s kvocientem  $q = -\sqrt{5}$  je  $a_5 = 5$ . Vypočtete první a desátý člen této posloupnosti. [4 b.]

**Řešení**

$$a_1 = a_5 q^{-4} = 5 \cdot (-\sqrt{5})^{-4} = 5 \frac{1}{25} = \frac{1}{5}$$

$$a_{10} = a_5 q^5 = 5 \cdot (-\sqrt{5})^5 = -125\sqrt{5}$$

**FEK-27.7** Jsou dány bod  $M = [3; -2]$  a přímka  $p$  o rovnici  $9x - 12y - 1 = 0$ . Určete:

- a) rovnici kolmice  $n$  vedené bodem  $M$  k přímce  $p$ , [4 b.]  
b) patu kolmice  $n$  na přímce  $p$ , [2 b.]  
c) vzdálenost bodu  $M$  od přímky  $p$ . [2 b.]

**Řešení:**

- a)  $n$ :  $x = 3 + 9t$ ,  $y = -2 - 12t$ ,  $t \in \mathbb{R}$   
obecný tvar:  $4x + 3y - 6 = 0$

b)

$$\begin{aligned} 4x + 3y - 6 = 0 \quad \wedge \quad 9x - 12y - 1 = 0 \\ 25x - 25 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$P = [1; \frac{2}{3}]$$

- c)  $d = |MP| = \sqrt{(1-3)^2 + (\frac{2}{3} + 2)^2} = \sqrt{4 + \frac{64}{9}} = \frac{10}{3}$