

METODICKÝ LIST

k souboru ukázkových úloh z matematiky

- **Připravili jsme pro Vás další soubory ukázkových úloh**

I v letošním roce¹ dostáváte do rukou soubory ukázkových testových úloh, které CERMAT připravuje pro „novou maturitu“. Naším záměrem je poskytnout Vám i Vaším žákům příležitost seznámit se s různými typy testových úloh tak, abychom Vám umožnili postupně se připravovat na zavedení reformované maturitní zkoušky. Na přípravě úloh se podílejí naši externí spolupracovníci – autoři úloh a recenzenti, kteří posuzují věcnou správnost a didaktickou kvalitu úloh. Celý proces vytváření úloh řídí naši předmětoví koordinátoři, kteří také mají konečnou odpovědnost za celý soubor testových úloh.

Skladba nabízených předmětů se v letošním roce, v porovnání s léty předchozími, částečně liší. K této změně dochází v souvislosti s předpokládanými změnami v koncepci reformované maturitní zkoušky. Nenabízíme tak soubory testových úloh na dvou úrovních obtížnosti jako v letech minulých, naopak poprvé se v nabídce objevují soubory testových úloh z komunikace v českém jazyce, komunikace v polském jazyce, komunikace v cizích jazycích (anglický, francouzský, německý, ruský, španělský jazyk), matematické gramotnosti a občanské gramotnosti. Dále nabídka CERMATu obsahuje soubory testových úloh z českého jazyka a literatury, resp. polského jazyka a literatury, pěti² cizích jazyků, matematiky, občanského a společensko-vědního základu, biologie, dějepisu, fyziky, chemie a zeměpisu. Soubory jsou plánovány na 40 minut řešení a žákům je tedy lze zadat v průběhu jedné vyučovací hodiny. Jsou určeny letošním maturantům, i když je samozřejmě můžete využít i jinak.

- **Maturita nanečisto: co a kdy**

V první etapě Vám zasíláme záznamové archy a metodické listy podle objednávky Vaší školy. Soubory úloh od nás dostáváte v elektronické podobě. Tisk potřebného počtu souborů úloh se tím přesouvá na Vaši školu. Doufáme, že přes toto nepohodlí zadáte soubory úloh svým žákům v maturitních ročnících. Jejich výsledky na předtištěných záznamových arších můžete zaslat do CERMATu k centrálnímu vyhodnocení. Výhodou je možnost porovnání se souhrnnými výsledky podle typů škol, resp. s celkovými výsledky.

¹ V roce 2001 jsme pro školy připravili soubory testových úloh v programu „Seznamte se: Nová maturita“, v roce 2002 pak v programu „Maturita po internetu“. Úlohy i výsledky s komentářem najdete na naší webové stránce www.ceremat.cz pod záložkou Krok za krokem k nové maturitě.

² V letošním roce nenabízíme z technických důvodů soubory testových úloh z komunikace v italském jazyce a z italského jazyka.

V druhé etapě vystavíme soubory úloh na naši webové stránce www.ceremat.cz. Kdokoliv pak bude mít možnost vyzkoušet si řešení, vyhodnotit si své výsledky a porovnat je se souhrnnými výsledky. Harmonogram celého projektu je uveden v následující tabulce.

Harmonogram programu „Maturita nanečisto“

Co:	Kdy:
Testování na školách	3. až 29. 3.
Zaslání záznamových archů a dotazníků do CERMATu	do 31. 3.
Hodnocení otevřených úloh v CERMATu	do 15. 4.
Poskytnutí výsledků školám	20. 5.

• Jaké úlohy jsme vybrali

Úlohy zařazené do souboru testových úloh z matematiky mají sloužit jako ukázka různých typů úloh, s jejichž užitím se počítá v maturitních testech. Soubor je zároveň sestaven tak, aby alespoň částečně vystihoval předpokládané změny v koncepci maturitní zkoušky.

Soubor obsahuje 9 úloh. Výjimečností obou matematických souborů je zastoupení *široce otevřených úloh*, které v jiných předmětech uváděny nejsou. V letošní nabídce jsou to vždy první čtyři úlohy, u kterých žáci tvoří sami řešení. Následujících pět úloh (č. 5–9) jsou *úlohy uzavřené*, které žáci řeší tak, že správnou odpověď vybírají z nabídky obsažené v zadání úloh. Ve všech těchto úlohách je vždy pouze jedna z nabízených možností (alternativ) správná, ostatní jsou nesprávné. Bodování úloh v souboru je uvedeno v tabulce spolu se správným řešením.

• Úlohy ověřují požadavky na maturanta

Ukázkové úlohy svým obsahem odpovídají specifickým cílům Katalogu požadavků ke společné části maturitní zkoušky pro rok 2004 – matematika³. Specifické cíle představují požadavky na žákovy znalosti a dovednosti, které budou ověřovány v maturitních testech. Vztah testových úloh ke specifickým cílům je jedním z významných ukazatelů kvality úloh. Není vždy snadné jej správně určit. V následujícím seznamu uvádíme, jak jsme úlohy ke specifickým cílům přiřadili. Prosíme o připomínky, rozchází-li se toto přiřazení s Vaší představou.

• Vztah úloh k maturitním požadavkům

Úloha	Specifický cíl podle katalogu
1	6.2 pojmenovat, znázornit a správně užít základní pojmy v trojúhelníku a jejich vlastnosti (strany, vnitřní a vnější úhly, osy stran a úhlů, výšky, těžnice, střední příčky, kružnice opsaná a vepsaná) (Aa, Ac, Ad, Ba, Ce, Dc, Ed) 6.4 aplikovat poznatky o kružnici a kruhu v úlohách konstrukční geometrie (Ac, Ad, Cc, Ce, Cf, Ed) 1.4 užít druhé a třetí mocniny a odmocniny (Aa, Ab, Cf, Dc, Eb)
2	1.5 vyjádřit komplexní číslo v algebraickém i goniometrickém tvaru (Aa, Ab, Ac, Ad, Cc, Cd, Dc, Dd, Eb, Ed) 1.5 provádět sčítání, odčítání, násobení a dělení komplexních čísel v algebraickém tvaru (Aa, Ab, Ad, Cb, Cc, Cd, Cf, Dc, Eb)
3	8.3 charakterizovat jednotlivé druhy kuželoseček, popsat a užít jejich rovnice a vlastnosti (Aa, Ab, Ac, Ad, Ba, Bb, Bc, Bd, Ca, Cb, Cc, Cd, Ce, Cf, Da, Db, Dc, Dd, Ea, Eb, Ec, Ed) 3.2 řešit neúplné i úplné kvadratické rovnice (Aa, Ab, Cc, Cd, Ce, Db, Eb)
4	5.1 určit posloupnost vzorcem pro n-tý člen, rekurentně, graficky, výčtem prvků (Aa, Ab, Ad, Db, Dd) 5.2 užít základní vzorce pro aritmetickou posloupnost (Ab, Ce) 3.4 řešit početně i graficky kvadratické nerovnice (Aa, Ab, Ac, Bd, Cc, Cd, Ce, Dc, Dd, Eb, Ec, Ed)
5	2.1 provádět početní operace s mnohočleny (Ab, Cd, Cf, Dc)
6	4.6 určit exponenciální a logaritmickou funkci jako funkce navzájem inverzní, stanovit jejich definiční obor a obor hodnot, typ monotonie, načrtnout jejich graf (Aa, Ad, Dc, Dd, Ed)

³ Katalog požadavků ke společné části maturitní zkoušky v roce 2004 – matematika, schválilo MŠMT dne 5. 10. 2000 pod č. j. 28636/2000-2

Úloha	Specifický cíl podle katalogu
7	7.3 charakterizovat jednotlivá tělesa, vypočítat jejich objem a povrch (krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části) (Aa, Ab, Ac, Ad, Ca, Cb, Cc, Cd, Ce, Cf, Da, Dc, Eb, Ec)
8	4.1 modelovat reálné závislosti pomocí funkcí (Ba, Bb, Bc, Bd, Ca, Cb, Cc, Cd, Cf, Ec, Ed)
9	9.1 rozlišit variace, permutace, kombinace a určit jejich počty (Aa, Ab, Ad, Cb, Cc, Cd, Ce, Cf, Da, Db, Dc, Dd, Eb, Ec) 9.2 určit pravděpodobnost náhodného jevu, vypočítat pravděpodobnost sjednocení nebo průniku dvou jevů (Aa, Ad, Ba, Bb, Bc, Bd, Ca, Cb, Cd, Ce, Cf, Da, Dc, Dd, Eb, Ec)

Výběrem úloh se rovněž snažíme naznačit, jak obtížné úlohy lze v maturitních testech očekávat. Výsledky Vašich žáků v minulých dvou letech i Vaše připomínky nám pomáhají upřesnit představu o adekvátní míře obtížnosti testových úloh.

• Hodnocení výsledků

V následující tabulce najdete správná řešení ukázkových úloh. Jak již bylo zmíněno, žákovská řešení můžete vyhodnotit sami, nebo je poslat do CERMATu k centrálnímu zpracování. V tomto případě je třeba, aby žáci řešili úlohy do předtištěných záznamových archů, které jsme Vám zaslali podle objednávky Vaší školy. Řešení otevřených úloh vyhodnotí učitelé, kteří jsou našimi externími spolupracovníky. Následně budou záznamové archy digitalizovány a počítačově vyhodnoceny. Výsledky zašleme zpět na školy, včetně porovnání se souhrnnými výsledky ostatních škol. Individuální adresné výsledky jednotlivých škol považujeme samozřejmě za důvěrné a nehodláme je zveřejňovat.

U každé úlohy je kromě správného řešení uveden i počet bodů, který lze získat za správnou odpověď. Kritéria hodnocení otevřených úloh respektují základní pravidlo: za jednu chybu je žák penalizován pouze jednou. Použije-li tedy žák správnou metodu řešení s chybnými vstupními údaji, je třeba přihlídnout u výsledku úlohy k těmto hodnotám (viz např. úloha č.1).

Při hodnocení otevřených úloh rozlišujeme výsledky typu B, kterým nepředchází hodnocení použité metody (např. úloha 1, určení poloměru), a výsledky typu A, u kterých je postup k jejich dosažení zvlášť hodnocen (body typu M, zbývající úlohy). V těchto případech body za správný výsledek neudělujeme, není-li správný postup uveden, při numericky chybném výsledku naopak můžeme ocenit alespoň správně použitou metodu.

Zvláštní upozornění pouze pro vyplňování záznamových archů:

V každé skupině čtvercových polí pro bodové ohodnocení označené kódem je možné zaškrtnout právě jedno pole. Chcete-li opravit chybně zaškrtnuté pole, zabarvíte celý čtverec a správné pole znovu označíte křížkem.

Správná řešení úloh

Úloha	Správné řešení	Body	Poznámky
1	1.1 $r = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ cm	1 bod	$r \approx 5,2$ cm (výsledek typu B)
	$v = \frac{3}{2}r = \frac{a}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a = r \cdot \sqrt{3} \Rightarrow a = 9$ cm	2 body	Úlohu lze řešit mnoha různými postupy, za správné určení obvodu udělujeme 4 body . Má-li žák chybně určený poloměr, ale zbytek postupu správně, ohodnotíme jeho výkon 3 body . (ve správném řešení: 2 body typu M, 1 bod typu A)
	$o = 27$ cm	1 bod	
	1.2 $\rho = \frac{1}{2}r = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm $d = r - \rho = \rho = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm	1 bod 1 bod	$\rho \approx 2,6$ cm $d \approx 2,6$ cm (dohromady nejvýše 2 body typu A)
2	$2(a - ib) - (a + ib) = 5 + 3i$	1 bod	Sestavení správné rovnice a její správné upravení: dohromady nejvýše 2 body typu M.
	$a - 3ib = 5 + 3i$	1 bod	
	$a = 5$ $b = -1$ $z = 5 - i$	2 body	Správné určení každé složky: 2 body typu A.

Úloha	Správné řešení	Body	Poznámky
3	3.1 $V = [m, n] = [10, 6]$ $(x - m)^2 = -2p(y - n)$ $(x - 10)^2 = -2p(y - 6)$	1 bod	Plným počtem bodů lze ocenit i rovnicí $y = \frac{1}{25}(-x^2 + 20x + 50)$ nebo jiné správné podoby rovnice (bod typu M).
	$A \in P \Rightarrow 100 = -2p(-4)$ $\frac{25}{2} = p$ $25 = 2p$	1 bod	Dosazení souřadnic bodu A do rovnice paraboly (bod typu M)
	rovnice paraboly: $(x - 10)^2 = -25(y - 6)$	1 bod	Rovnice paraboly (bod typu A)
	3.2 pro $y = 0: x^2 - 20x - 50 = 0$	1 bod	(bod typu M)
	$x_{1,2} = 10 \pm \sqrt{150}$ $x = 10 + 5\sqrt{6} \approx 22,25$	1 bod 1 bod	(bod typu A) (bod typu B)
4	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot (-4)$	1 bod	(dohromady nejvýše 2 body typu M za vztahy pro a_n, s_n)
	$s_n = (2a_1 + 4 - 4n) \cdot \frac{n}{2} < 0$ $(52 - 2n) \cdot n < 0$	1 bod	1 bod typu A za správné vyřešení nerovnice, 1 bod typu B za určení výsledku
	$n > 26$	1 bod	Řešení výčtem hodnotíme při správném výsledku plným počtem bodů. Pro výsledek $n = 26$ (např. při
	Pro $n = 27$	1 bod	postupu $\frac{50}{4} = 12,5 \rightarrow 12,5 \cdot 2 = 25 \rightarrow$ Pro $n = 26$) udělujeme 2 body .
5	C	4 body	
6	D	4 body	
7	B	4 body	
8	B	4 body	
9	A	4 body	
Celkem		40 bodů	

• Prosíme o Vaše připomínky

Podobně jako v předchozích letech i letos uvítáme všechny Vaše připomínky a náměty. Prosíme Vás o vyplnění přiloženého dotazníku pro učitele a jeho zaslání na naši adresu.

Máte-li zájem o spolupráci při přípravě nové maturity (tvorba testových úloh, vyhodnocování otevřených úloh), sdělte nám, prosím, kontaktní adresu.

• Jak nás můžete kontaktovat

RNDr. Eva Lesáková – koordinátorka pro matematiku
E-mail: lesakova@cermat.cz
Telefon: 224507412

PhDr. František Barták – pověřený vedením CERMATu
E-mail: bartak@cermat.cz
Telefon: 224507888

Mgr. František Brož – otázky obsahu maturitní zkoušky
E-mail: broz@cermat.cz
Telefon: 224507444

Ing. František Voderka – otázky organizace maturitní zkoušky
E-mail: voderka@cermat.cz
Telefon: 224507333

Poštovní adresa:

ÚIV – CERMAT
Senovážné nám. 26
P. O. Box č. 1
110 06 Praha 1

Sídlo CERMATu:

Jeruzalémská 12
Praha 1

Telefonní ústředna: 224507111
Fax: 224507555
www.cermat.cz
info@cermat.cz