MATEMATIKA

Sešit obsahuje 9 úloh.
Na řešení úloh máte 40 minut.

Odpovědi pište do záznamového archu.
Poznámky si můžete dělat do tohoto sešitu.

V průběhu testování je povoleno používat psací a rýsovací potřeby a kalkulátor.
Přehled vzorců je umístěn v závěru zadání úloh.

Za nesprávnou odpověď se body neodečítají.
Počet bodů za danou úlohu je uveden u čísla úlohy vpravo.
Je-li u počtu bodů zkratka max., je možné za řešení úlohy získat i dílčí body.

Pokyny pro vyplňování záznamového archu

- Nejdříve vyplňte podle pokynů zadavatele hlavičku záznamového archu.
- Řešení prvních čtyř úloh zapisujte **celé do záznamového archu.**
- U úloh s výběrem odpovědi je právě jedna odpověď správná.
- Odpověď, kterou považujete za správnou, výrazně označte v záznamovém archu.

Správně vyznačeno ☒

- Pokud budete chtít svou odpověď opravit, zabarvěte celý čtvereček takto ■ a správnou odpověď vyznačte znovu křížkem.
- Do zelených polí nic nevpisujte.
- Pište modrou nebo černou propisovací tužkou.

Zadání neotvírejte, počkejte na pokyn!

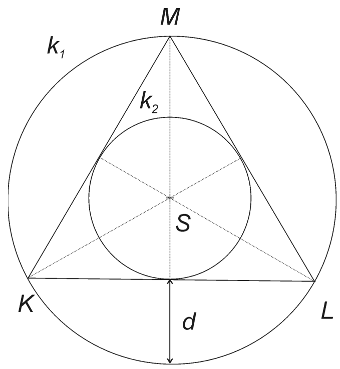
Úloha 1 **max. 6b**

Obrazec je tvořen rovnostranným trojúhelníkem *KLM* a jemu opsanou a vepsanou kružnicí k_1, k_2 (viz obr.).

Obsah kruhu omezeného opsanou kružnicí k_1 je $S = 27\pi\ \text{cm}^2$.

1.1 Vypočtěte obvod trojúhelníka *KLM.*

1.2 Určete šířku *d* mezikruží.



Úloha 2 **max. 4b**

Určete všechna komplexní čísla *z*, pro která platí: $2\overline{z} - z = 5 + 3i$

Úloha 3 **max. 6b**

Těleso se pohybuje v homogenním tíhovém poli Země šikmým vrhem vzhůru. Trajektorií tohoto pohybu je parabola. V soustavě souřadnic *Oxy* má parabola osu rovnoběžnou s osou *y.* Počátečním bodem trajektorie je bod *A*[0, 2], nejvyšším bodem trajektorie je bod *B*[10, 6].

3.1 Určete analytické vyjádření paraboly (vrcholovou rovnici).

3.2 Určete místo dopadu tělesa (bod, ve kterém je souřadnice $y = 0$).

Úloha 4 **max. 4b**

Posloupnost je zadána pro všechna přirozená čísla *n* rekurentním vztahem $a_{n+1} = a_n - 4$, kde $a_1 = 50$.

Pro jaké nejmenší přirozené číslo *n* bude součet prvních *n* členů záporný?

Úloha 5 **4b**

Druhá mocnina mnohočlenu $5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ je opět mnohočlen obsahující člen s mocninou x^4. Jaký je koeficient tohoto členu?

A) 25
B) 28
C) 35
D) 36

Úloha 6 **4b**

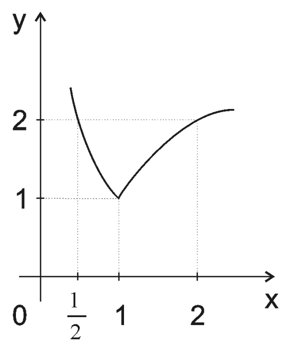
Která z uvedených funkcí má graf odpovídající obrázku?

A) $f: y = \left|2^{x-1}\right|$

B) $f: y = \log_2\left|-x\right| + 1$

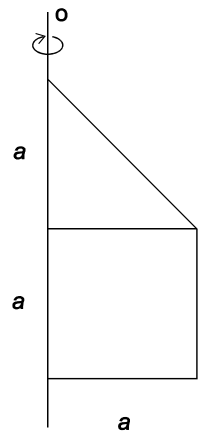
C) $f: y = 2^{|x-1|}$

D) $f: y = \left|\log_2 x\right| + 1$



Úloha 7 **4b**

Porovnejte objem tělesa, které vznikne otáčením obrazce na následujícím obrázku, s objemem koule o poloměru a. Obrazec se otáčí kolem přímky o.



A) Objem tělesa je menší než objem koule.
B) Objem tělesa je roven objemu koule.
C) Objem tělesa je větší než objem koule, ale menší než dvojnásobek objemu koule.
D) Objem tělesa je větší než dvojnásobek objemu koule.

Úloha 8 **4b**

Kolo o průměru d metrů vykonalo na dráze 80 metrů n celých a jednu polovinu otáčky. Rozhodněte, která funkce vyjadřuje závislost počtu n otáček kola na jeho průměru d v metrech.

A) $n = \frac{40}{\pi d} - \frac{1}{2}$

B) $n = \frac{80}{\pi d} - \frac{1}{2}$

C) $n = \frac{80}{\pi d} + \frac{1}{2}$

D) $n = \frac{80}{\pi} d - \frac{1}{2}$

Úloha 9 **4b**

Na místa asistentek se hlásí 4 tmavovlasé a 5 světlovlasých žen. Komise vybere tři z nich bez ohledu na barvu vlasů. S jakou pravděpodobností je mezi vybranými uchazečkami aspoň jedna tmavovláska?

A) $\frac{37}{42}$

B) $\frac{20}{21}$

C) $\frac{5}{42}$

D) $\frac{1}{21}$

Konec souboru testových úloh

Přehled vzorců

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} b^k$ $\qquad (a - b)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} b^k$ $\qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp ab + b^2)$

Pythagorova věta: $a^2 + b^2 = c^2$

Posloupnosti

Aritmetická posloupnost: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $\qquad s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; q \neq 1$

$s_n = na_1; q = 1$

Funkce

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$; $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$; $\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$ $\qquad \left|\sin \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$ $\qquad \left|\cos \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$

$\log_z(xy) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$ $\qquad \log_z x^n = n \cdot \log_z x$

Kombinatorika

$P(n) = n!$ $\qquad V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}; n \geq k \geq 0$

$P'(k_1, k_2, ..., k_n) = \frac{(k_1 + k_2 + ... + k_n)!}{k_1! \cdot k_2! \cdot ... \cdot k_n!}$ $\qquad V_k'(n) = n^k$ $\qquad C_k'(n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytické vyjádření kuželoseček

kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$, elipsy: $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$, resp. $\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1$

hyperboly: $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$, resp. $-\frac{(x-m)^2}{b^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} = 1$

paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m)$, resp. $(x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n)$

Stereometrie

	kvádr	rotační válec	jehlan	rotační kužel	koule
Povrch	$2 \cdot (ab + ac + bc)$	$2\pi r \cdot (r + v)$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r \cdot (r + s)$	$4\pi r^2$
Objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$