

24. Logaritmické funkce a rovnice

1) $\log_{3x} \left(\frac{3}{x} \right) + \log_3^2 x = 1$

2) $\log_2 (x+2)^2 + \log_x x^3 - \log_{0,5} (x+2) = 9$

3) $\sqrt{x^{\log x}} = 10$

4) $\log 2x - \log \sqrt[3]{x} + \log x^2 = \log 2 - \log \frac{1}{x^3} + 1$

5) $\log_4 \log_3 \log_2 x = \frac{1}{2}$

6) $\log(x+3) - \log(x^2 - 1) = 1 - \log(x+1) - \log 2$

7) Načrtněte graf funkce (včetně $D(f)$):

$$y = |\log_3 (x-2)|.$$

8) Vypočtěte x , jestliže:

a) $\log_{0,25} x = -4$

b) $\log_x \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$

9) Určete hodnotu:

$$a = 7^{1-\log_7 4}, b = 9^{2\log_9 7-1}, c = 7^{2-3\log 4}.$$

10) $\log_{\frac{1}{2}} (x-2) + \log_{\frac{1}{2}} (x+2) \leq -2$

11) Určete $D(f)$: $y_1 = 8^{\ln(\ln x)}$; $y_2 = \frac{1}{1 + \ln x}$

12) Určete $D(f)$: $y_1 = \log_5 \log_5 \log_5 x$; $y_2 = \frac{\log_4 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{4 - x^2}}$

13) $1 + \log x^3 = \frac{10}{\log x}$

14) $\log_x 2 + \log_x 4 + \log_x 8 = \frac{\log_2 x}{1 + \log x}$

15) Načrtněte graf funkce (včetně $D(f)$):

$$y_1 = \log_3 x, y_2 = \log_{\frac{1}{3}} x, y_3 = 1 + \log_3 x, y_4 = 2 - \log_3 (x+3), y_5 = |2 - \log(x+3)|.$$

16) $\frac{\log(508-12x)}{\log(3x-7)} = 2$

17) $\log_2 (x-1)^2 - \log_{0,5} (x-1) = 9$

18) $\log_{\frac{x^3}{2}} 2 + \log_4 x = 1$

19) $\log \sqrt{3x-5} + \log \sqrt{7x-3} = 1 + \log \sqrt{0,11}$

20) $\log^2(2x) + \log(2x) > 20$

21) $\log_{\frac{1}{3}}^2(4x) - 3\log_{\frac{1}{3}}(4x) \leq 10$

22) Určete definiční obor funkce a průsečíky s osou x pro $y = \ln(|x+1| - |2x-1| + 3)$.

23) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

Výsledky (24. Logaritmické funkce a rovnice)

- 1) $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = \frac{1}{9}$
- 2) $x = 2$
- 3) $x_1 = 10^{\sqrt{2}}, x_2 = 10^{-\sqrt{2}}$
- 4) $x = 10^{-3}$
- 5) $x = 2^9$
- 6) $x = 2$
- 7) $D(f) = (2, \infty)$
- 8)
 - a) $x = 256$
 - b) $x = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$
- 9) $a = \frac{7}{4}, b = \frac{49}{9}, c = \frac{49}{64}$
- 10) $x \in (2\sqrt{2}; \infty)$
- 11) $D(f_1) = (1, \infty), D(f_2) = (0, e^{-1}) \cup (e^{-1}, \infty)$
- 12) $D(f_1) = (5, \infty), D(f_2) = (-2, -1)$
- 13) $x_1 = 10^{\frac{5}{3}}, x_2 = 10^{-2}$
- 14) $x = 2^{3 \pm \sqrt{15}}$
- 15) -----
- 16) $x = 9$
- 17) $x = 9$
- 18) $x_1 = 2^{\frac{4}{3}}, x_2 = 2$
- 19) $x = 2$
- 20) $x \in \left(0; \frac{1}{200000}\right) \cup (5000; \infty)$
- 21) $x \in \left\langle \frac{1}{972}; \frac{9}{4} \right\rangle$
- 22) $D(f) = (-1; 5), x = -\frac{2}{3}, x = 4$
- 23) $x = 16$