

26. Lineární rovnice a rovnice s neznámou ve jmenovateli

- 1) Nákladní auto jelo průměrnou rychlostí $20\frac{km}{h}$ a vyjelo z Prahy směrem k Liberci. Současně s ním vyjel autobus, který jel průměrnou rychlostí $30\frac{km}{h}$ a který přijel do Liberce o 2 hodiny dříve než nákladní auto.

Jaká je vzdálenost mezi Prahou a Libercem po trase, kterou projížděl autobus i nákladní auto?

- 2) Vypočítejte $x \in R$ a proveďte diskusi vzhledem k parametru $a \in R$:

$$x+1 - \frac{2x+a+1}{a} = \frac{a-x}{a}.$$

- 3) Terén měl být upravován tak, aby bylo denně zpracováno $420m$ jeho délky. Kdyby se k tomu použilo jen lidských sil, připadla by na dělníka a den úprava terénu o délce $6m$. Ke zdolání části úkolu bylo použito tří stejně výkonných mechanických strojů. Potom mohlo být použito o 22 dělníků méně, přičemž připadla na dělníka a den úprava terénu o délce $5m$.
Určete denní výkon 1 stroje.

- 4) Řešte rovnici s parametrem a :

$$3(a-7)x + \frac{10}{a+3} = 1.$$

- 5) Řešte rovnici a proveďte diskusi vzhledem k parametru $a \in R$:

$$\frac{ax-6}{a(x+6)} = \frac{1}{a}.$$

- 6) Přední kolo vozu má obvod $2,1m$ a zadní $3,5m$.

Jak dlouhá je dráha, na níž učiní zadní kolo o 2000 otáček méně než kolo přední?

- 7) Řešte rovnici s parametrem a :

$$\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{x}} - \frac{\frac{x}{a}}{2\left(\frac{x}{a} + 1\right)} = 0.$$

- 8) Řešte v N rovnici:

$$\frac{4x-1}{x-2} + 2 = 1 - \frac{5x-3}{x-4}.$$

- 9) Řešte rovnici:

$$\frac{a+x}{3} - 2 = \frac{x-3}{a}, x \in R, a \in R,$$

a určete, pro jaké $a \in R$ má rovnice záporné řešení.

- 10) Z místa A do místa B je $25\frac{1}{3}km$. V 6 hod. ráno vyšel chodec S z místa A směrem do B . V 7 hod.10 min. vyšel chodec Z z místa B do A . Setkali se v 9 hod.
Kolik ušel průměrně za hodinu každý z chodců, jestliže chodec Z ušel za hodinu o $2km$ méně než chodec S ?

- 11) Řešte rovnici s parametry a, b :

$$\frac{1}{a-b} + \frac{a-b}{x} = \frac{1}{a+b} + \frac{a+b}{x}; a, b \in R; x \in R.$$

- 12) Řešte v R :

$$\frac{x+2}{x-2} - 1 = \frac{3x^2+x+9}{3x^2-12} - \frac{x-2}{x+2}.$$

13) Řešte rovnici s parametrem a :

$$\frac{a}{3+x} = \frac{5}{x}; a \in R; x \in R.$$

14) Určete reálnou hodnotu parametru a tak, aby rovnice

$$6a - ax + 2x = 15$$

měla kladný kořen.

15) Ze stanic A, B 150km od sebe vzdálených vyjedou současně proti sobě 2 vlaky. Setkají se za 3hod. ve vzdálenosti 90km od A .

Udejte, kdy každý z nich dorazí do 2. stanice a jaké jsou jejich rychlosti. Proveďte graficky.

16) Řešte rovnici s parametrem a :

$$\frac{x-2}{3} - \frac{ax+1}{2} = \frac{a-1}{2}; a \in R; x \in R$$

a určete, pro která $a \in R$ má rovnice kladný kořen.

17) Řešte rovnici s parametrem a :

$$1 + \frac{a^2 - 1}{x} = a; a \in R; x \in R.$$

18) Určete všechny hodnoty $a \in R$, pro které má rovnice

$$\frac{x}{x-a} = a+1$$

aspoň 1 záporný kořen.

19) Na gymnáziu je v německé a osmileté části 49% všech studentů, v 1. ročníku čtyřletého studia 14%, ve 2. ročníku 13%, ve 3. ročníku o 3 méně než v 2. a ve 4. ročníku o 5 méně než ve 3.

Kolik studentů je ve škole?

20) Řešte rovnici s neznámou $x \in R$ a parametrem $b \in R$:

$$\frac{b}{x} - \frac{1}{bx} = 1 - \frac{1}{b}.$$

Výsledky

(26. Lineární rovnice a rovnice s neznámou ve jmenovateli)

- 1) $120km$
- 2) $a = 1$ $P = \emptyset$
 $a = 0$ rovnice nemá smysl
 $a \in R - \{0;1\}$ $P = \left\{ \frac{a+1}{a-1} \right\}$
- 3) $60m$
- 4) $a = -3$ rovnice nemá smysl
 $a = 7$ $P = R$
 $a \in R - \{-3;7\}$ $P = \left\{ \frac{1}{3(a+3)} \right\}$
- 5) $a = 0$ rovnice nemá smysl
 $a \in \{\pm 1\}$ $P = \emptyset$
 $a \in R - \{0;\pm 1\}$ $P = \left\{ \frac{12}{a-1} \right\}$
- 6) $s = 10,5km$
- 7) $a = 0$ rovnice nemá smysl
 $a \neq 0$ $P = 2a$
- 8) $x = 3$
- 9) $a > 3$
- 10) $v_s = 6 \frac{km}{h}, v_z = 4 \frac{km}{h}$
- 11) $a = \pm b$ rovnice nemá smysl
 $a \neq 0, b = 0$ $P = R - \{0\}$
 $a \neq \pm b, b \neq 0$ $P = \{a^2 - b^2\}$
- 12) $x = 27$
- 13) $a = 0$ rovnice nemá smysl
 $a = 5$ $P = \emptyset$
 $a \in R - \{0;5\}$ $P = \left\{ \frac{15}{a-5} \right\}$
- 14) $a \in (-\infty;2) \cup \left(\frac{5}{2}; \infty \right)$
- 15) $t_A = 5h; v_A = 30 \frac{km}{h}; t_b = 7,5h; v_B = 20 \frac{km}{h}$
- 16) $a \in \left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3} \right)$
- 17) $a = -1$ $P = \emptyset$
 $a = 1$ $P = R - \{0\}$
 $a \in R - \{\pm 1\}$ $P = \{1 + a\}$
- 18) $a < -1, a = 0$
- 19) nemá řešení

- 20) $b = 1$ $P = R - \{0\}$
 $b = 0$ rovnice nemá smysl
 $b = -1$ $P = \emptyset$
 $b \in R - \{0, \pm 1\}$ $P = \{b + 1\}$