

45. Limita funkce a posloupnosti

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sqrt{x+4} - 2)}{\operatorname{tg} 3x}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^5 + 1}{2n^5 + 3n} \right)^4$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 6x + 5}$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n + 2} - \frac{n}{2} \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{6x - 1} - \sqrt{5x + 2}}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2x + 1} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^3}{(3n - 2) \cdot (1 - n^2)}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \cdot \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n} - n \right)$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right)$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{n + 1} - \frac{n}{3} \right)$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$$

16) Nakreslete graf funkce $y = f(x)$, která splňuje následující podmínky:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

17) Nakreslete graf funkce $y = f(x)$, která splňuje následující podmínky:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 4, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

18) Pomocí limit vyšetřete průběh funkce (včetně asymptot):

$$y = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x + 1}{x - 1}$$

19) Vyšetřete jen na základě limit průběh funkce (včetně asymptot):

$$y = \frac{1 - x^3}{x^2}$$

20) Vyšetřete jen na základě limit průběh funkce (včetně asymptot):

$$y = \frac{x^3 + 4x}{(x + 3) \cdot (x - 2)}$$

Výsledky (45. Limita funkce a posloupnosti)

- 1) $\frac{4}{3}$
- 2) $\frac{1}{12}$
- 3) $\frac{1}{16}$
- 4) $-\frac{5}{4}$
- 5) $-\frac{1}{2}$
- 6) $\frac{1}{4}$
- 7) e
- 8) $2\sqrt{17}$
- 9) 1
- 10) $\frac{1}{3}$
- 11) $\frac{1}{6}$
- 12) $\frac{1}{2}$
- 13) 1
- 14) ∞
- 15) $\frac{1}{2}$
- 16) -----
- 17) -----
- 18) $D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$,
svislá asymptota $x = 1$, šikmou nemá
- 19) $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$,
svislá asymptota $x = 0$, šikmá asymptota $y = -x$
 $D_f = (-\infty, -3) \cup (-3, 2) \cup (2, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$,
- 20) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$,
svislé asymptoty $x = -3$, $x = 2$, šikmá asymptota $y = x - 1$