

Vztahy mezi koeficienty kvadratického trojčlenu

1. Napište kvadratickou rovnici, v níž je součet jejích kořenů 4 a jejich součin -5. Určete její kořeny.
2. Určete absolutní člen v kvadratické rovnici $x^2 + 3x + c = 0$ a druhý kořen, je-li jeden kořen 1.
3. Bez počítání kořenů kvadratické rovnice $x^2 - 2x - 3 = 0$ napište rovnici, která má kořeny dvojnásobné.
4. Je dána kvadratická rovnice $4x^2 - 11x + 5 = 0$. Aniž tuto rovnici řešíte, napište kvadratickou rovnici, která má za kořeny opačná čísla, než jsou kořeny dané kvadratické rovnice.
5. Je dána kvadratická rovnice $5x^2 + x - 4 = 0$. Bez počítání jejích kořenů napište kvadratickou rovnici, která má za kořeny čísla převrácená ke kořenům dané rovnice.

Rovnice s neznámou v odmocněnci

Řešte rovnice s neznámou $x \in R$:

- | | |
|--|---|
| 6. $\sqrt{x^2 + 7} = 2x + 2$ | 14. $\sqrt{3x + 10} = 1 - \sqrt{x + 11}$ |
| 7. $\sqrt{x + 3} = 1 + x$ | 15. $\sqrt{x + 3} + \sqrt{3x - 2} = 1$ |
| 8. $\sqrt{3x + 10} = x + 2$ | 16. $\sqrt{2x - 4} - \sqrt{x + 2} = 1$ |
| 9. $5 + \sqrt{x^2 - 5} = x$ | 17. $\sqrt{x + \sqrt{11x + 4}} = 4$ |
| 10. $x - \sqrt{x^2 - 12} = 2$ | 18. $\sqrt{x + 3 - 4\sqrt{1 - x}} = 1 + \sqrt{x}$ |
| 11. $\sqrt{31 + x - x^2} = 5 - x$ | 19. $\sqrt{1 + x} \sqrt{x + \frac{7}{4}} = 1 - x$ |
| 12. $3 = 2x + \sqrt{2x^2 - x + 4}$ | 20. $\sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{x - 2}} = 2$ |
| 13. $\sqrt{10 - x} + \sqrt{x - 8} = 2$ | |

Kvadratické rovnice s parametrem

Řešte rovnice s neznámou $x \in R$ a parametrem $p \in R$:

21. $x^2 + 6x + p = 0$
22. $(p^2 - 1)x^2 + 2px + 1 = 0$
23. $p^2x^2 + 2p^2x + 1 + p^2 = 0$
24. $(p + 5)x^2 + 2x(p + 2) + p = 0$
25. $px^2 + 6p^2x + p = 0$

Soustava rovnic, z nichž alespoň jedna je kvadratická

V $R \times R$ řešte dané soustavy rovnic s neznámými x a y :

26. $x - y = 7$, $xy = 30$
27. $x + y^2 = 5$, $2x - y^2 = 1$
28. $3xy = 14y = 28$, $3x - 5y = 1$
29. $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$, $2x - 3y - 3 = 0$
30. $x^2 + y^2 = 2(xy + 2)$, $x + y = 6$

Řešení

1. $x^2 - 4x - 5 = 0$, $x_1 = 5$, $x_2 = -1$
2. $c = x_2 = -4$
3. $x^2 - 4x - 12 = 0$
4. $4x^2 + 11x + 5 = 0$
5. $4x^2 - x - 5 = 0$
6. $P = \left\{\frac{1}{3}\right\}$, $P' = \left\{-3; \frac{1}{3}\right\}$
7. $P = \{1\}$, $P' = \{-2; 1\}$
8. $P = \{2\}$, $P' = \{-3; 2\}$
9. $P = \emptyset$, $P' = \{3\}$
10. $P = \{4\}$
11. $P = \{-0,5\}$, $P' = \{-0,5; 6\}$
12. $P = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, $P' = \left\{\frac{1}{2}; 5\right\}$
13. $P = \{9\}$
14. $P = \emptyset$, $P' = \{-2; 5\}$
15. $P = \emptyset$, $P' = \{1; 6\}$
16. $P = \emptyset$
17. $P = \{7\}$, $P' = \{7; 36\}$
18. $P = \{1\}$, $P' = \left\{\frac{9}{25}; 1\right\}$
19. $P = \{0\}$, $P' = \left\{0; \frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right\}$
20. $P = \{10\}$
21. $p = 9 \Rightarrow P = \{-3\}$, $p < 9 \Rightarrow P = \{-3 \pm \sqrt{9-m}\}$, $p > 9 \Rightarrow P = \emptyset$
22. $p = -1 \Rightarrow P = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, $p = 1 \Rightarrow P = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, $|p| \neq 1 \Rightarrow P = \left\{-\frac{1}{p-1}; -\frac{1}{p+1}\right\}$
23. $\forall p \in \mathbb{R} : P = \emptyset$
24. $p = -5 \Rightarrow P = \left\{-\frac{5}{6}\right\}$, $p = 4 \Rightarrow P = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$, $p < 4 \wedge p \neq -5 \Rightarrow P = \left\{\frac{t+2 \pm \sqrt{4-t}}{t+5}\right\}$, $p > 4 \Rightarrow P = \emptyset$
25. $p = 0 \Rightarrow P = \mathbb{R}$, $p = \frac{1}{3} \Rightarrow P = \{-1\}$, $p = -\frac{1}{3} \Rightarrow P = \{1\}$, $p \in \left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right) \Rightarrow P = \emptyset$,
 $p \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \infty\right) \Rightarrow P = \left\{-3p \pm \sqrt{9p^2 - 1}\right\}$
26. $P = \llbracket -3; -10 \rrbracket \llbracket 10; 3 \rrbracket$
27. $P = \llbracket 2; \sqrt{3} \rrbracket \llbracket 2; -\sqrt{3} \rrbracket$
28. $P = \llbracket 7; 4 \rrbracket \llbracket -2; -\frac{7}{5} \rrbracket$
29. $P = \llbracket 6; 3 \rrbracket \llbracket \frac{6}{13}; -\frac{9}{13} \rrbracket$
30. $P = \llbracket 2; 4 \rrbracket \llbracket 4; 2 \rrbracket$