

5. Kombinační čísla, faktoriály

- 1) $6\binom{x}{3} + 3\binom{x}{x-2} = 2\binom{x-1}{1} + \binom{x-1}{0}, x \in N$
- 2) $\frac{(n-1)! + 2(n-1)! + 3(n-1)! + \dots + n(n-1)!}{n! + \frac{1}{2}n! + \frac{1}{4}n! + \dots} = \frac{(n+1)!}{4x}, x \in N$
- 3) $\binom{n}{k}^2 - 6\binom{n}{k} + 8 = 0$
- 4) $(n!)^2 - 7n! + 6 = 0$
- 5) Dokažte v N :

$$2\binom{n}{n-2} \leq \frac{(n+5)!}{(n+3)!}$$
- 6) Dokažte mat. indukcí, že pro všechna přirozená n platí:

$$\frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$$
- 7) Zjistěte, pro která přirozená n platí:

$$(n+2)! \geq \frac{(n+3)!}{4}$$
- 8) Řešte rovnici s parametrem a :

$$\binom{x}{2} + \binom{x-1}{2} = a^2, x \in Z^+, a \in Z.$$
- 9) Řešte v N :

$$\binom{7}{1}\binom{x+2}{x} - \binom{5}{3}\binom{x+1}{x-1} = 10\binom{x}{0}$$
- 10) Pro přípustné hodnoty n upravte:

$$-\frac{(n+2)!}{(n+3)!} + \frac{n!}{(n+1)!} - \frac{(n+1)!}{(n+2)!} - \frac{n!}{(n+3)!}$$
- 11) Řešte v N :

$$\binom{x-1}{2} - 2\binom{x-2}{x-3} = 1 - \binom{x}{x}$$
- 12) V N řešte soustavu rovnic:

$$V_y(x) : V_{y-1}(x) = 8$$

$$C_y(x) : C_{y-1}(x) = 1,6$$
- 13) Určete $\forall x, y \in N$, pro která:

$$\binom{x+1}{y+1} : \binom{x+1}{y} : \binom{x+1}{y-1} = 5 : 5 : 3$$
- 14) Řešte v N :

$$\frac{(n-1)!}{(n-2)!} + \binom{n-2}{2} = 4$$
- 15) Vyjádřete jedním kombinačním číslem:

- $$\binom{4}{4} + \binom{5}{4} + \binom{6}{4} + \binom{7}{4} + \binom{8}{4}$$
- 16) $42 \binom{x}{x-3} - 44 \binom{x}{x-2} - 79 \binom{x}{x-1} + 7 \binom{x}{x} = 0$
- 17) Pro která přirozená čísla n platí nerovnice:

$$\binom{n}{2} + \binom{n+3}{2} + \binom{n+6}{2} < 72, n > 1$$
- 18) Řešte v N :

$$\binom{n}{3} + \binom{n+2}{3} + \binom{n+4}{3} = \frac{n^3}{2} + 88$$
- 19) Zvětší-li se počet prvků o 1, zvýší se počet kombinací 3. třídy o 21.
 Kolik je dáno prvků?

Výsledky (5. Kombinační čísla, faktoriály)

- 1) nemá řešení
- 2) $x = n!$
- 3)
 - a) $n = 4, k = 1$
 - b) $n = 4, k = 3$
 - c) $n = 3, k = 1$
- 4) $n_1 = 0; n_2 = 1; n_3 = 3$
- 5) $n \in N$
- 6) Platí
- 7) $n = 1$
- 8) $|a| < 2$ rovnice nemá řešení
 $a \geq 2$ rovnice má řešení $x = 1 + a$
 $a \leq -2$ rovnice má řešení $x = 1 - a$
- 9) $x = 3$
- 10) $-\frac{n}{n^2 + 4n + 3}, n \in N$
- 11) $x = 5$
- 12) $x = 12, y = 5$
- 13) $x = 6, y = 3$
- 14) $n = 4$
- 15) $\binom{9}{5}$
- 16) $x = 7$
- 17) $n = 2; 3$
- 18) $n = 6$
- 19) $n = 7$