

23. Exponenciální funkce a rovnice

- 1) Sestrojte graf funkce

$$y - 1 = 2^{x-1}$$

a pak řešte v R rovnici

$$\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1).$$

- 2) Sestrojte grafy funkcí:

$$y_1 = 1 + 2^{|x|+1}, y_2 = 3^{\frac{1}{2}(|x|-x)}, y_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{(|x|-1)}.$$

- 3) Nakreslete grafy funkcí:

$$y_1 = 2^x, y_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y_3 = 2^{x-1}, y_4 = 2^x + 1.$$

4) $x^{3+4\log x} = 10x^6$

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} \leq 1$

6) $x - \sqrt{8^{x+4}} = 2^{y+2}$

6) $x + \sqrt{9^{x+6}} = 3^{y-2}$

7) $3^{x+1} - 2^x = 2^{x+3} - 3^x$

8) $3^{\log x} + 5^{\log y} = 14$

8) $3^{2\log x} - 5^{2\log y} = 56$

9) Je dána funkce $f: y = -\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5x-1}{7}} + 3$.

Určete inverzní funkci f^{-1} , definiční obory a obory hodnot funkcí f, f^{-1} .

10) $2^{3x+4y-1} \cdot 5^{4x+5y-6} = 10^{2x+3y+4}$

10) $17^{(x-y+1)(2xy-2x-3y)} = 1$

11) $5^{2x-1} + 5^{x-1} = 130$

12) $\frac{3^{x+2} \cdot 2^x}{6^{7-x} \cdot 8^{x-4}} = \frac{1}{3} \cdot 9^{x-2}$

13) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}-1} = 6$

14) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$

15) $3^3 \cdot 27^{2x-3} = 81^{3x-5}$

16) $2 \cdot 3^{x+2} - 13 = 52 \cdot (3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + \dots), x \in \mathbb{R}$

17) $\sqrt[3]{25} - 6 \cdot 5^{\frac{2+x}{2x}} + 25 = 0$

18) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\log 4}{\log 8}$

19) $x^{\log x} + 10x^{-\log x} = 11$

20) $3^{\log_{\frac{2}{3}} x} + x^{\log_3 x} = 162$

Výsledky (23. Exponenciální funkce a rovnice)

- 1) $x_1 = 2, x_2 = 4$
- 2) -----
- 3) -----
- 4) $x_1 = 10, x_2 = 10^{\frac{1}{4}}$
- 5) $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$
- 6) $P = \left\{ [4; 6], \left[-\frac{7}{3}; -\frac{7}{2} \right] \right\}$
- 7) $x = 2$
- 8) $x = 100, y = 10$
- 9) $f^{-1} : y = \frac{7}{5} \log_{\frac{2}{3}} \left[-\frac{2}{5}(x-3) \right] + \frac{1}{5}, D(f^{-1}) = (-\infty; 3), H(f^{-1}) = R, D(f) = R, H(f) = (-\infty; 3)$
- 10) $x_1 = 2, y_1 = 3, x_2 = 3, y_2 = 2, x_3 = \frac{5}{2}, y_3 = \frac{5}{2}$
- 11) $x = 2$
- 12) $x = 5$
- 13) $x = \frac{3}{2}$
- 14) $x = -1,7$
- 15) $x = \frac{7}{3}$
- 16) $x = 2$
- 17) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$
- 18) $x = 2$
- 19) $x_1 = 10^{-1}, x_2 = 1, x_3 = 10$
- 20) $x_1 = 9, x_2 = \frac{1}{9}$