

1. cvičení – jednoletý seminář z matematiky

1. Upravte daný výraz a stanovte podmínky, kdy je reálný:

$$\left[\left(a - \frac{1}{a} \right)^{-1} - \left(1 - \frac{1}{a} \right)^{-1} \right]^2 \cdot \left(\frac{a}{a-1} \right)^{-2}.$$

2. Řešte v \mathbb{R} rovnici a proveďte zkoušku:

$$\frac{n!}{(n-3)!} - 2 \frac{n!}{(n-2)!} = 0.$$

3. Řešte v \mathbb{R} rovnici a proveďte zkoušku:

$$3 \sin^2 x + 25 \cos^2 x = \sin 2x + 13.$$

4. Řešte v \mathbb{R} rovnici a proveďte zkoušku:

$$\frac{2^{x+3} \cdot 3^{x+2}}{6^{7-x} \cdot 8^{x-1}} = \frac{9^{x-2}}{3}.$$

5. Vypočítejte, zda přímka $7x - y + 12 = 0$ a kružnice $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ mají společné body. Jestliže ano, určete jejich souřadnice.

6. Určete definiční obor funkce $y = \sqrt{\frac{x}{4-x}} + \ln \sqrt{4-x}$.

7. Jeden kořen kvadratické rovnice $x^2 + 4(m+3)x + 3m = 0$ je roven 6. Určete druhý kořen a parametr m .