

## 14. cvičení – dvouletý seminář z matematiky

1. V pravouhlé soustavě souřadnic znázorněte množinu všech bodů, které vyhovují nerovnicím:

$$\begin{aligned} |x + y| &\leq 2 \\ x^2 + y^2 &> 2. \\ xy &\geq 0 \end{aligned}$$

2. Upravte výraz a určete podmínky řešitelnosti:

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1}{a + \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left( \frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right)$$

3. Určete všechna  $a \in \mathbb{R}$  tak, aby přímka  $y - x = a$  byla tečnou ke křivce  $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 45$ .
4. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno  $a, v_b, \rho$ , kde  $a$  je délka strany  $BC$ ,  $v_b$  je výška z vrcholu  $B$  a  $\rho$  je poloměr kružnice trojúhelníku vepsané. Stanovte podmínky řešitelnosti a proveďte diskuzi.

5. Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnici a proveďte zkoušku:

$$\sin 2x + \cos 2x + \sin x - \cos x = 1.$$

6. Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnici a proveďte zkoušku:

$$5 \cdot 2^x - 4^x = 4.$$

7. Načrtněte graf funkce, určete její definiční obor a obor hodnot:

$$f(x): y = \log_2 \frac{1}{x}.$$