

12. cvičení – dvouletý seminář z matematiky

1. Necht' (a, b, c) je trojice přirozených čísel, které v tomto pořadí tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, pro něž platí $a + b + c = 123$. Určete jakou největší hodnotu může nabývat výraz $a^2 + b^2 + c^2$.

2. Řešte v \mathbb{R}^2 soustavu rovnic a proveďte zkoušku:

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 x}{y} &= \frac{3}{\pi} \\ y \sin^2 x &= \frac{\pi}{16} \end{aligned} \quad x \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle.$$

3. Řešte v \mathbb{R}^3 soustavu rovnic a proveďte zkoušku:

$$\begin{aligned} 2x - 4y - 6z &= 0 \\ 6x - 4y + 10z &= 8 \\ x + y + 4z &= 3 \end{aligned}$$

řešení: $[2; 1; 0]$

4. Určete společný bod přímek p, q a zjistěte, zda jsou přímky kolmé, jestliže:

$$\begin{aligned} p: 2x + 3y + 9 &= 0 \\ q: x &= 2t \\ y &= -1 + 3t; t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

řešení: $X \left[\frac{24}{13}; \frac{23}{13} \right]$

5. Řešte v \mathbb{R}^2 soustavu rovnic a proveďte zkoušku:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 2(xy + 2) \\ 4x + 4y - 24 &= 0 \end{aligned}$$

řešení: $[4; 2]; [2; 4];$

6. Součin tří po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti je roven jejich součtu. Určete je, jestliže diference posloupnosti je $\frac{13}{3}$.

7. Řešte v \mathbb{R} rovnici a proveďte zkoušku:

$$\frac{2 + \log x}{\log x} - \frac{1}{2 - \log x} = 1.$$