

MATEMATIKA 2

didaktický test

Testový sešit obsahuje 20 úloh.

Na řešení úloh máte 120 minut.

Úlohy řešte v testovém sešitu.

Odpovědi pište do záznamového archu.

Počet bodů za správně vyřešenou úlohu je uveden u čísla úlohy vpravo.

Je-li u počtu bodů zkratka max., je možné za řešení úlohy získat i dílčí body.

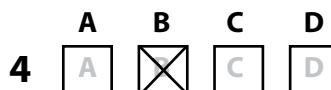
U všech úloh/podúloh je právě jedna odpověď správná.

Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se body neodečítají.

V průběhu testování je povoleno používat Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického displeje.

Pokyny pro vyplňování záznamového archu

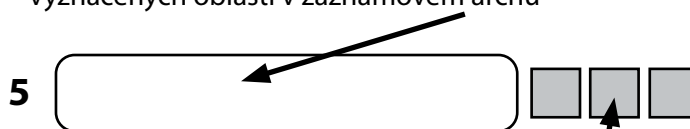
- Nejdříve nalepte podle pokynů zadavatele na vyznačené místo v záznamovém archu identifikační štítek s čárovým kódem.
- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném poli záznamového archu.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvete původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoli jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.
- Odpovědi na otevřené úlohy pište čitelně do vyznačených oblastí v záznamovém archu



- Do barevných polí nic nevpisujte.
- Pište modrou nebo černou propisovací tužkou.

Zadání neotvírejte, počkejte na pokyn!

Úloha 1**max. 2b.**

Najděte nejmenší přirozené číslo c takové, aby nejmenší společný násobek čísel c , 42 a 12 byl 252, tedy $n(c, 42, 12) = 252$.

Úloha 2**max. 2b.**

Vypočtěte číslo q , kde $q = (6 \cdot 10^{30} + 3 \cdot 10^{16}) : 12$. Číslo q zapište rozvinutým zápisem v desítkové soustavě, podobně jako je zapsán dělenec.

Úloha 3**max. 2b.**

Určete nejmenší hodnotu proměnné $z \in \mathbf{R}$, pro níž platí: $z + 1 = (\sqrt{z + 5} - 2) \cdot (\sqrt{z + 5} + 2)$.

Úloha 4**max. 2b.**

Výraz $V(x) = (x - 2) \cdot (x + 1)$ je definován pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

- 4.1 Pro která x je hodnota výrazu $V(x)$ nulová?
- 4.2 Určete nejmenší hodnotu výrazu $V(x)$.

Úloha 5**max. 2b.**

Určete hodnotu neznámé $t \in \mathbf{R}$ v rovnici $0,25^t = 4$.

Úloha 6**max. 2b.**

Upravte výraz a vypočtěte r , kde $r = 0,5 \cdot \log_4 100 - \log_4 5$.

Úloha 7**max. 2b.**

Určete hodnotu $y \in \mathbf{R}$, kde $y = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$, jestliže je $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ a $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Úloha 8**max. 2b.**

Určete souřadnice středu S úsečky PQ dané parametrickým vyjádřením:

$$PQ: \begin{cases} x=1-t \\ y=2t \end{cases}, \text{ kde } t \in \langle -5; 1 \rangle.$$

Úloha 9**max. 2b.**

Desátý člen aritmetické posloupnosti je nulový ($a_{10} = 0$). Určete podíl p nenulových členů a_{20} a a_{30} :

$$p = \frac{a_{20}}{a_{30}}.$$

Úloha 10**max. 2b.**

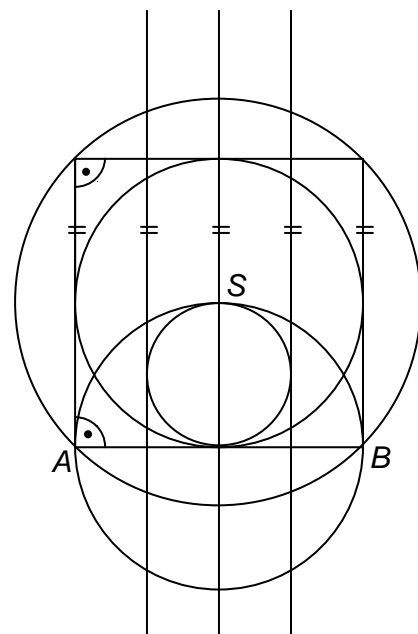
Vypočtete číslo s :

$$s = \frac{2006!}{2005!} - \frac{2005!}{2004!} + \frac{2004!}{2003!} - \dots + \frac{2!}{1!} - \frac{1!}{0!}.$$

Úloha 11**max. 2b.**

V polorovině ABS najděte a vyznačte vrchol C trojúhelníku ABC , jehož vnitřní úhel při vrcholu C má velikost 45° a délka strany $a (=BC)$ je shodná s délkou těžnice t_c na stranu $c (=AB)$.

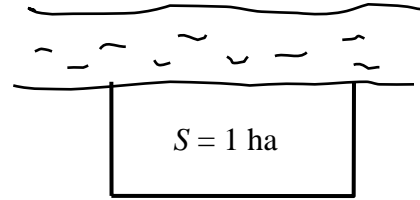
Všechna řešení vyznačte v obrázku uvedeném v záznamovém archu.



Úloha 12**max. 4b.**

Pozemek tvaru obdélníka má výměru 1 hektar. Jedna jeho **delší** strana je ohraničena řekou, pouze tři zbývající strany jsou oploceny. Délka plotu je 285 metrů. Jaké jsou rozměry pozemku?

Do záznamového archu uveďte celé řešení.



Úloha 13**max. 5b.**

Slečna Hermína disponuje částkou 8 500 korun, proto se rozhodla navštívit velký svět financí. Zaujal ji plakát firmy „MOULA&spol.“, v němž stálo:

Naše firma zhodnotí Vaše peníze! Za 100 dnů si splníte své sny!

Za jednorázovou investici v hodnotě 10 000 korun a více garantujeme 6% zisk za 100 dnů.

Dokonce i investice pod 10 000 korun Vám přinese za 100 dnů 3% zisk.

Chybí Vám peníze? Půjčíme Vám až 10 000 korun na 100 dnů!

Teprve až uplyne celých 100 dnů, zaplatíte 15% úrok z půjčené částky.

Hermína by ráda investovala 10 000 korun, a proto zvažovala možnost půjčky. Zodpovězte následující otázky za předpokladu, že firma dostojí svým slibům.

- 13.1 Jaký bude zisk Hermíny, pokud si žádné peníze nepůjčí a investuje jen částku 8 500 korun?
- 13.2 O kolik korun se zvýší její zisk, pokud si chybějící peníze od firmy půjčí a investuje 10 000 korun?
- 13.3 Pokud by měla Hermína o něco méně než 8 500 korun, investice s půjčkou by se jí mohla stále ještě vyplatit. Naopak pro nízké částky je výhodnější investice bez půjčky. Pro jakou částku přinášejí obě možnosti (investice částky s půjčkou i bez půjčky) stejný zisk?

Do záznamového archu uveďte celé řešení.

Úloha 14**max. 4b.**

V $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ jsou dány funkce $f: y = (x+4)^{-2}$ a funkce $g: y = 4 - \sqrt{\log(x-3)}$.

Určete následující množiny:

14.1 definiční obor D_f funkce f ,

14.2 obor hodnot H_f funkce f ,

14.3 definiční obor D_g funkce g ,

14.4 obor hodnot H_g funkce g .

Příslušné množiny vybírejte z následujících nabídek A–F:

- A) $\mathbf{R} \setminus \{-4\}$
- B) $(-\infty; 4)$
- C) $(-\infty; 4)$
- D) $\langle 4; \infty$
- E) $(4; \infty)$
- F) jiná možnost

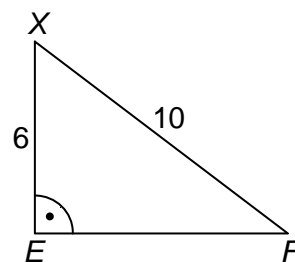
Úloha 15**max. 4b.**

Na kuželosečce s ohnisky E, F leží bod X . Umístění bodů je v náčrtku.

Z hodnot uvedených v A–F vyberte:

- 15.1 velikost delší poloosy, je-li kuželosečkou elipsa,
- 15.2 velikost kratší poloosy, je-li kuželosečkou elipsa,
- 15.3 velikost **delší** poloosy, je-li kuželosečkou hyperbola,
- 15.4 velikost **kratší** poloosy, je-li kuželosečkou hyperbola.

- A) $\sqrt{3}$
- B) 2
- C) $2 \cdot \sqrt{3}$
- D) $3 \cdot \sqrt{3}$
- E) 8
- F) jiná hodnota



Pozor! U hyperboly nemusí být hlavní poloosa delší než vedlejší poloosa.

Úloha 16**2b.**

Stěnová a tělesová úhlopříčka v krychli vycházejí z téhož vrcholu. Jejich odchylka je φ .
Které z následujících tvrzení je pravdivé?

A) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

B) $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

C) $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D) $\operatorname{cot} \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Úloha 17**2b.**

Za půl roku zaplatila domácnost s Kč za spotřebovanou elektrickou energii. Měsíční poplatek za pronájem elektroměru byl přitom r Kč a spotřeba 1 kWh stála t Kč. Kolik kWh domácnost za toto období spotřebovala?

A) $\left(\frac{s+6r}{t} \right)$ kWh

B) $\left(\frac{t}{s-6r} \right)$ kWh

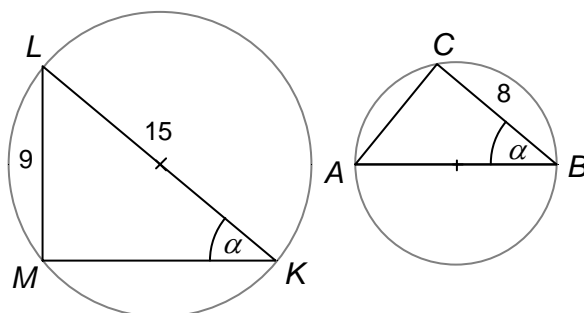
C) $\left(\frac{s-6r}{t} \right)$ kWh

D) $\left(\frac{6r-s}{t} \right)$ kWh

Úloha 18**2b.**

Průměry kružnic jsou úsečky KL a AB . Určete koeficient podobnosti k ($0 < k < 1$) daných trojúhelníků.

- A) $k = \frac{8}{15}$
- B) $k = \frac{3}{5}$
- C) $k = \frac{2}{3}$
- D) jiná hodnota

**Úloha 19****2b.**

Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+n}{4+n} = \frac{3}{4}$
- B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{(2n+4)^2} = \frac{3}{4}$
- C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{4n^2} = \frac{3}{4}$
- D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n \cdot (3n+1)}{4n \cdot (4n+1)} = \frac{3}{4}$

Úloha 20**max. 3b.**

Hází se dvěma hracími kostkami s 1, 2 až 6 oky na stěnách. Označme následující jevy:

J: Počty ok, které padnou na obou kostkách, se liší o jednotku.

D: Počty ok, které padnou na obou kostkách, se liší o dvě.

T: Počty ok, které padnou na obou kostkách, se liší o tři.

S: Na obou kostkách padne stejný počet ok.

Pravděpodobnosti jednotlivých jevů označme po řadě $P(J), P(D), P(T), P(S)$.

Rozhodněte, jsou-li následující tvrzení pravdivá (ANO), nebo nepravdivá (NE).

20.1 $P(S) = \frac{1}{6}$ (ANO-NE)

20.2 $P(J) > P(D)$ (ANO-NE)

20.3 $P(S) \neq P(T)$ (ANO-NE)

20.4 $P(D) = P(T)$ (ANO-NE)

KONEC TESTU
