

## **MATEMATIKA – rozšířená úroveň**

### profilová část maturitní zkoušky

---

Sešit obsahuje 12 úloh.

Na řešení úloh máte 60 minut.

Odpovědi pište do záznamového archu.

Poznámky si můžete dělat do testového sešitu.

V průběhu testování je povoleno používat kalkulátor a MFCH tabulky pro střední školy.

Počet bodů za danou úlohu je uveden u čísla úlohy vpravo.

Je-li u počtu bodů zkratka max., je možné za řešení úlohy získat i dílčí body.

Za nesprávnou odpověď se body neodečítají.

#### **Pokyny pro vyplňování záznamového archu**

- Nejdříve nalepte podle pokynů zadavatele na záznamový arch identifikační štítek.
- Odpověď, kterou považujete za správnou, zakřížkujte v příslušném poli záznamového archu.  
Správně vyznačeno
- Pokud budete chtít zvolit jinou odpověď, zabarvěte pečlivě původně zakřížkované pole takto . Zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.
- Do barevných polí nic nevpisujte.
- U úloh s výběrem odpovědi je právě jedna odpověď správná.
- Odpovědi na otevřené úlohy pište čitelně do vyznačených oblastí v záznamovém archu.
- Pište modrou nebo černou propisovací tužkou.

**Zadání neotvírejte, počkejte na pokyn!**

**Úloha 1****max. 7 b.**

Řešení následujících nerovnic v uvedených oborech запиšte intervalem.

1.1  $3 - x \geq -3$  pro  $x \in \langle -10, 10 \rangle$

1.2  $x^2 \leq x$  pro  $x \in \mathbb{R}$

1.3  $\log_3 x \geq 0$  pro  $x \in \mathbb{R}$

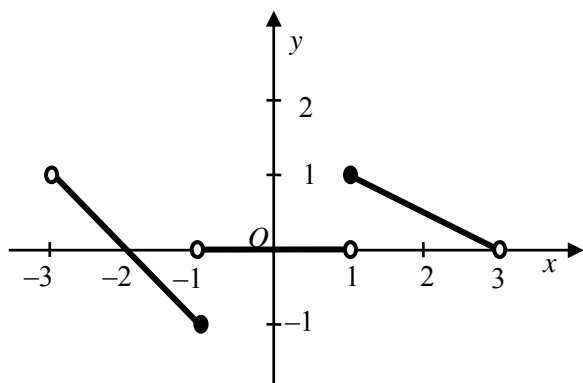
1.4  $\cos x < \sin x$  pro  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$

Odpovědi запиšte do záznamového archu.

**Úloha 2****max. 4 b.**Je dána funkce  $f$  svým grafem (viz obrázek).2.1 Určete definiční obor  $D_f$  funkce  $f$ . Rozlišujte uzavřený  $\langle \ , \ \rangle$  a otevřený  $( \ , \ )$  interval.2.2 Určete obor hodnot  $H_f$  funkce  $f$ .2.3 Zapište všechny hodnoty  $x$ , pro které platí  $f(x) = \frac{1}{2}$ . (Kreslete do obrázku.)

2.4 Je funkce ve svém definičním oboru prostá?

Odpovědi запиšte do záznamového archu.



### Úloha 3

max. 5 b.

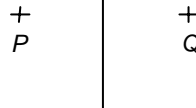
V rovině  $\rho$  jsou umístěny dva různé body  $P$  a  $Q$ .

Vlevo jsou popsány čtyři různé množiny bodů  $X$  roviny  $\rho$ .

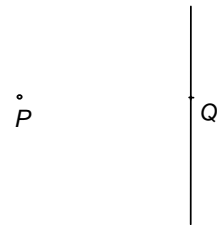
Ke každé množině zapsané v 3.1 až 3.4 přiřaďte jeden ze šesti obrázků A až F, v němž je příslušná množina zobrazena. Řešení uveďte do záznamového archu.

3.1  $\{X \in \rho; |\angle PXQ| = 90^\circ\}$

obrázek A  
Osa úsečky  $PQ$

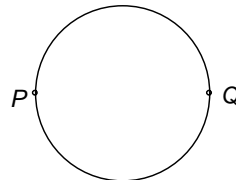


obrázek B  
Přímka kolmá k úsečce  $PQ$

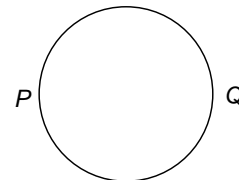


3.2  $\{X \in \rho; |XP| + |XQ| = 2|PQ|\}$

obrázek C  
Kružnice s průměrem  $PQ$   
kromě bodů  $P$  a  $Q$

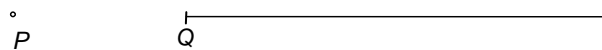


obrázek D  
Kružnice s průměrem  $PQ$

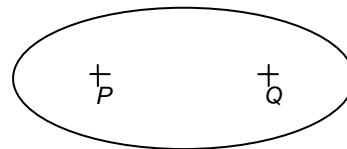


3.4  $\{X \in \rho; |XP| - |XQ| = |PQ|\}$

obrázek E  
Polopřímka opačná k polopřímce  $QP$



obrázek F  
Elipsa s ohnisky  $P, Q$  a s hlavní poloosou délky  $|PQ|$



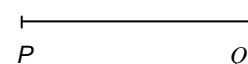
### Úloha 4

max. 2 b.

Popište množinu bodů  $X$  zakreslenou v obrázku G obdobným způsobem, jako jsou popsány množiny v úlohách 3.1 – 3.4. Řešení zapište do záznamového archu.

obrázek G

Úsečka  $PQ$



**Úloha 5****max. 5 b.**

Vyberte všechny hodnoty parametru  $p$  z množiny  $P = \{-2; -1; -0,5; 0; \frac{1}{3}; 1; \sqrt{2}; 9\}$ , pro něž předpis

$x^2 + py^2 = 9$  charakterizuje níže uvedenou množinu bodů v rovině. Pokud rovnice nemůže být rovnicí uvedené množiny, zapište do záznamového archu **NELZE**.

5.1 kružnice

5.2 elipsa (kromě kružnice)

5.3 hyperbola

5.4 parabola

5.5 dvojice přímek

Vybrané hodnoty zapisujte do tabulky v záznamovém archu.

**Úloha 6****max. 5 b.**

Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá (ANO), nebo nepravdivá (NE).

Odpověď, kterou považujete za správnou, zakřížkujte v záznamovém archu.

6.1 Pro libovolná dvě reálná čísla  $a, b$  platí  $|a - b| = |b - a|$ . (ANO – NE)6.2  $\frac{2^{500} + 2^{502}}{2} = 5 \cdot 2^{499}$  (ANO – NE)6.3 Pro každá dvě nezáporná čísla  $a, b$  platí  $\sqrt{a + b} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$ . (ANO – NE)6.4  $\binom{80}{25} - \binom{80}{35} + \binom{80}{45} - \binom{80}{55} = 0$  (ANO – NE)**Úloha 7****3 b.**

V kvadratické rovnici  $x^2 + (a + 3) \cdot x + 1 = 0$  s neznámou  $x$  je  $a$  reálný parametr. Všechny hodnoty parametru  $a$ , pro něž má rovnice dva různé reálné kořeny, jsou:

A) Všechna reálná čísla kromě čísel z intervalu  $\langle -5; -1 \rangle$ .B)  $(-5; -1)$ C)  $(1; +\infty)$ D)  $(-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$

**Výchozí text k úlohám 8 a 9.**

Čísla 1, 26 a 36 jsou tři členy konečné aritmetické posloupnosti. Je mezi nimi uveden první i poslední člen posloupnosti.

**Úloha 8**

**2 b.**

Určete největší možnou diferenci  $d$  takové posloupnosti. Do kterého z uvedených intervalů nalezená hodnota difference  $d$  patří?

- A)  $(0; 2,5)$
- B)  $\langle 2,5; 4)$
- C)  $\langle 4; 5,5)$
- D) Do žádného z uvedených intervalů.

**Úloha 9**

**3 b.**

Kolik členů by měla aritmetická posloupnost (viz výchozí text) pro diferenci  $d = 0,25$ ?

- A) 140
- B) 141
- C) 147
- D) Pro danou diferenci nejsou splněny podmínky v zadání úlohy.

**Úloha 10**

**max. 4 b.**

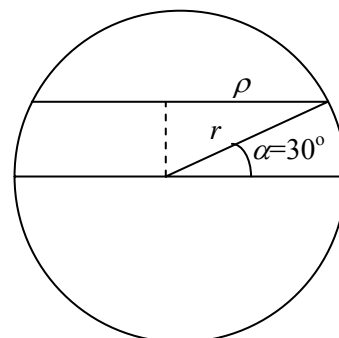
Na obrázku je vyznačena rovnoběžka na 30. stupni severní šířky. Zeměkouli považujeme za kouli s poloměrem  $r = 6378$  km.

10.1. Určete poloměr  $\rho$  kruhu vymezeného 30. rovnoběžkou.

- A)  $\rho = 4\,252$  km
- B)  $\rho = 3\,682$  km
- C)  $\rho = 3\,189$  km
- D) jiná hodnota

10.2. Určete délku  $d$  rovnoběžky na 30. stupni severní šířky zaokrouhlenou na stovky kilometrů.

- A)  $d = 98\,864\,300$  km
- B)  $d = 31\,949\,100$  km
- C)  $d = 34\,700$  km
- D) jiná hodnota



**Úloha 11****max. 5 b.**

Honza je na zkoušce, která obsahuje dvě témata. U prvního tématu zná správné odpovědi na 60 % otázek, ve druhém tématu umí správně odpovědět jen na 21 ze 30 otázek. Při zkoušce si vylosuje po jedné otázce z každého tématu.

11.1 Jaká je pravděpodobnost, že správně zodpoví obě tažené otázky?

- A)  $p = 0,1$
- B)  $p = 0,42$
- C)  $p = 0,60$
- D)  $p = 0,65$

11.2 Jaká je pravděpodobnost, že bude znát správnou odpověď alespoň na jednu z obou tažených otázek?

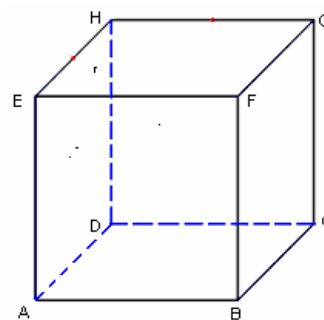
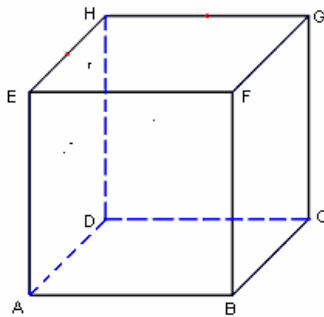
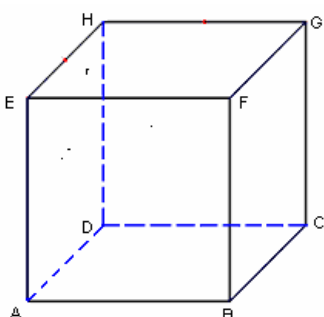
- A)  $p = 0,58$
- B)  $p = 0,70$
- C)  $p = 0,88$
- D)  $p = 0,90$

**Úloha 12****max. 5 b.**

Je dána krychle  $ABCDEFGH$ . Rozhodněte, zda jsou pro ni následující tvrzení pravdivá (ANO), nebo nepravdivá (NE).

- 12.1 Přímka  $AB$  je kolmá k přímce  $FC$ . (ANO – NE)
- 12.2 Přímky  $AF$  a  $FH$  jsou na sebe kolmé. (ANO – NE)
- 12.3 Libovolná přímka, která je kolmá k přímce  $AB$  a současně k přímce  $AH$ , je kolmá ke všem přímкам roviny  $ABH$ . (ANO – NE)
- 12.4 Přímka  $FC$  je kolmá k přímce  $BH$ . (ANO – NE)

Odpověď, kterou považujete za správnou, zakřížkujte v záznamovém archu.




---

**KONEC SOUBORU TESTOVÝCH ÚLOH**

---