

## METODICKÝ LIST

---

### k souboru ukázkových úloh z MATEMATIKY

- **Další soubory ukázkových testových úloh pro školy**

Podobně jako v předchozích letech i letos<sup>1</sup> Vám nabízíme soubory ukázkových testových úloh, které CERMAT připravuje pro reformovanou maturitní zkoušku. Naším prvořadým záměrem je poskytnout Vám i Vaším žákům příležitost seznámit se s různými typy testových úloh, jejichž prostřednictvím se můžete připravovat na zavedení nové podoby maturitní zkoušky. Na přípravě úloh se podílejí naši externí spolupracovníci – autoři úloh a recenzenti, kteří posuzují věcnou správnost a didaktickou kvalitu úloh. Celý proces vytváření úloh řídí předmětoví koordinátoři v CERMATu, kteří také mají konečnou odpovědnost za celý soubor testových úloh.

Ve srovnání s loňským rokem je letošní skladba nabízených předmětů širší. Nabízíme tedy 25 souborů testových úloh, přičemž názvy jednotlivých testových sešitů jsou stejné jako v roce 2003. Testové sešity z komunikace v českém jazyce, komunikace v polském jazyce, komunikace v cizích jazycích (anglický, francouzský, italský, německý, ruský, španělský), matematické gramotnosti a občanské gramotnosti obsahují úlohy ověřující základní znalosti a dovednosti, které jsou společné všem maturantům. Dále nabídku CERMATu tvoří soubory testových úloh z českého jazyka a literatury, polského jazyka, šesti cizích jazyků (anglický, francouzský, italský, německý, ruský, španělský), matematiky, občanského a společenskovedního základu, biologie, dějepisu, fyziky, chemie a zeměpisu. Tyto soubory obsahují testové úlohy ověřující rozšířené znalosti a dovednosti, které jsou vlastní např. uchazečům o studium daného nebo příbuzného oboru na vysoké škole. Soubory testových úloh jsou zároveň sestaveny tak, aby alespoň částečně vystihovaly změny v koncepci maturitní zkoušky<sup>2</sup>. V souborech naleznete i takové úlohy, které předjímají aktualizaci katalogů požadavků z roku 2000<sup>3</sup>.

Doba určená pro řešení souborů testových úloh byla prodloužena na 60 minut. Jedná se o postupný krok k ostré maturitě, která předpokládá časový limit na řešení testu v délce 90 minut. Záznamové archy obsahují žákovský dotazník, na jehož vyplnění je potřebný čas 15 minut. Zadání a vypracování souboru testových úloh a dotazníku žáka je tak plánováno na dvě vyučovací hodiny. Soubory jsou primárně určeny letošním maturantům, lze je ale samozřejmě využít i jinak.

---

<sup>1</sup> Soubory testových úloh i výsledky s komentářem v rámci programového cyklu *Krok za krokem k nové maturitě* z let 2001-2003 najdete na naší webové stránce [www.cermat.cz](http://www.cermat.cz) pod záložkou Krok za krokem k nové maturitě.

<sup>2</sup> Bližší informace o změnách v koncepci maturitní zkoušky naleznete na naší webové stránce [www.cermat.cz](http://www.cermat.cz).

<sup>3</sup> resp. 2001 v případě dějepisu a zeměpisu

- **Maturita nanečisto 2004: co a kdy**

Spolu s tímto metodickým listem Vám zasíláme jeden výtisk testového sešitu z matematiky, záznamové archy s žákovskými dotazníky, dotazníky pro učitele a pokyny pro zadavatele. Zároveň od nás dostáváte CD nosič se všemi zmíněnými testovými materiály. V druhé etapě programu *Maturita nanečisto 2004* vystavíme soubory úloh na naší webové stránce [www.ceremat.cz](http://www.ceremat.cz). Kdokoliv pak bude mít možnost vyzkoušet si řešení souboru testových úloh, vyhodnotit své výsledky a porovnat je s výsledky souhrnnými.

- **Harmonogram programu Maturita nanečisto 2004**

Činnost	Termín
Testování na školách	16. 2. až 12. 3. 2004
Zaslání záznamových archů a dotazníků do CERMATu	do 19. 3. 2004
Hodnocení otevřených úloh v CERMATu	do 5. 4. 2004
Poskytnutí výsledků školám	do 10. 5. 2004

- **Jaké úlohy soubory obsahují**

Úlohy zařazené do souboru testových úloh z matematiky mají sloužit jako ukázka různých typů úloh, s jejichž užitím se počítá v maturitních testech. Soubor úloh obsahuje 10 úloh, z nichž 6 je *uzavřených*. V tomto souboru úloh jde o *úlohy s výběrem odpovědi* (5–10), kde pouze jedna z nabízených možností (alternativ) je správná, ostatní jsou nesprávné (tzv. distraktory). Všechny uzavřené úlohy s výběrem odpovědi jsou při správném řešení hodnoceny dvěma či třemi body.

Ostatní úlohy v souboru (1–4), jsou *úlohy otevřené, s širokou odpovědí*. Žák odpověď sám tvoří. Počet bodů, kterými jsou oceněny, je uveden v testovém sešitě a v tomto metodickém materiálu. Hodnocení otevřených úloh najdete v části *Správná řešení úloh* spolu s předpokládanými možnostmi správných i ne zcela úplných řešení.

- **Úlohy ověřují požadavky na maturanta**

Jednotlivé testové úlohy svým obsahem jednak odpovídají specifickým cílům obsaženým v Katalogu požadavků ke společné části maturitní zkoušky pro rok 2004 – matematika<sup>4</sup>, jednak předjímají aktualizaci katalogu. Proto také není v následující tabulce uváděno kódové označení specifických cílů. Specifické cíle představují požadavky na žákovy znalosti a dovednosti, které budou ověřovány v maturitních testech. Vztah testových úloh ke specifickým cílům je jedním z významných ukazatelů kvality úloh. Není vždy snadné jej správně určit. V následujícím seznamu uvádíme, jak jsme úlohy ke specifickým cílům přiřadili. Prosíme o připomínky v případě, že toto přiřazení neodpovídá Vaším představám.

- **Vztah úloh k maturitním požadavkům**

Úloha	Specifický cíl
1	Řešit nerovnice obsahující lineární výrazy s neznámou v absolutní hodnotě, užít Gaussovu rovinu k zobrazení komplexních čísel, určit absolutní hodnotu reálného čísla a chápat její geometrický význam.
2	Aplikovat poznatky o exponenciálních a logaritmických funkcích při řešení reálných problémů.
3	Konstruovat rovinné řezy hranolu a jehlanu, určit vzájemnou polohu bodů, přímek, roviny, rovin, určit vzdálenost bodu od přímky a roviny, odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin.
4	Užít vztahy mezi goniometrickými funkcemi, řešit goniometrické rovnice a jednoduché nerovnice.
5	Počítat s faktoriály a kombinačními čísly, užít binomickou větu při řešení úloh.
6	Určit pravděpodobnost náhodného jevu, vypočítat pravděpodobnost sjednocení nebo průniku dvou jevů.
7	Charakterizovat jednotlivé druhy kuželoseček, popsat a užít jejich rovnice a vlastnosti, popsat a určit shodná zobrazení (souměrnosti, posunutí, otočení) a užít jejich vlastnosti.
8	Aplikovat metrické poznatky o kružnicích a kruzích (obvod, obsah, velikost obvodového a středového úhlu) v úlohách početní geometrie.
9	Řešit početně i graficky kvadratické nerovnice.
10	Využít poznatků o tělesech v praktických úlohách.

Výběrem úloh se rovněž snažíme naznačit, jak náročné úlohy lze v maturitních testech očekávat. Výsledky Vašich žáků v minulých letech i Vaše připomínky nám pomáhají upřesnit představu o odpovídající náročnosti testových úloh.

<sup>4</sup> Katalog požadavků ke společné části maturitní zkoušky – matematika, schválilo MŠMT dne 5. 10. 2000 pod č. j. 28636/2000-2

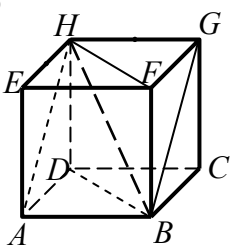
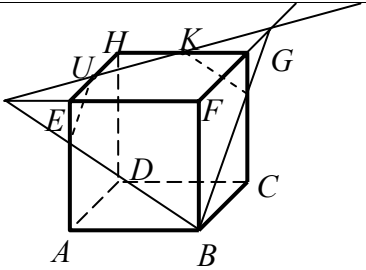
- **Hodnocení výsledků**

V následující tabulce najdete správná řešení úloh a počet bodů, který lze za správnou odpověď získat. Pokud si Vaše škola objednala hromadné zpracování záznamových archů, je nutné, aby žáci zapisovali řešení úloh do předtištěných záznamových archů, které jsme Vám zaslali. Řešení otevřených úloh vyhodnotí naši externí spolupracovníci, většinou učitelé středních škol. Následně budou záznamové archy digitalizovány a počítačově vyhodnoceny. Výsledky zašleme zpět na školy, včetně porovnání se souhrnnými výsledky ostatních škol. Adresné výsledky jednotlivých škol i žáků považujeme samozřejmě za důvěrné a nehodláme je zveřejňovat.

- **Správná řešení úloh**

Poznámka: **Maximální** možný počet bodů u každé úlohy (resp. podúlohy), je uveden v poznámce **tučně**.

č.	Postup	Body za řešení		Poznámky
		správné	chybné	
1	<b>1.1</b> $ 2x - 4  \leq 6 \Leftrightarrow  x - 2  \leq 3$ Množina řešení $K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , případně jiný způsob vyjádření téže množiny Řešení s nulou: $K = \{0, 1, \dots, 5\}$	2 body	1 bod	Stačí správně aspoň jedno z obou vyjádření, tzn. grafické nebo jiné.  <b>Celkem 6 bodů.</b>
	<b>1.2</b> Správné řešení: $K = \langle -1, 5 \rangle$ Otevřený nebo polouzavřený interval např.: $K = (-1, 5)$	2 body	1 bod	
	<b>1.3</b> Množinou řešení je kruh se středem v bodě $S = [2, 0]$ a poloměrem $r = 3$ . Pouze za jednu chybu: $S = [-2, 0]$ nebo $r = 9$ nebo za správné umístění kružnice bez vnitřní oblasti udělujeme	2 body	1 bod	
2	<b>2.1</b> Postupné vypracování úlohy: vztah: $\log_a \frac{m}{m_0} = \log_a 0,5^{\frac{t}{2,26}}$ nebo $\log_a m = \log_a m_0 + \log_a 0,5^{\frac{t}{2,26}}$ za logaritmování a jednu správnou úpravu vztahu vytknutí exponentu např. ve tvaru: $\log_a \frac{m}{m_0} = \frac{t}{2,26} \log_a 0,5$	1 bod	1 bod	Správný vztah pro proměnnou $t$ <b>Celkem 3 body.</b>
	$t = 2,26 \frac{\log_a \frac{m}{m_0}}{\log_a 0,5}$ nebo $2,26 \frac{\log_a m - \log_a m_0}{\log_a 0,5}$	1 bod		
	<b>2.2</b> $t = 2,26 \cdot \frac{\log_a 0,01}{\log_a 0,5}$ nebo $t = 2,26 \frac{\log_a 0,01 m_0 - \log_a m_0}{\log_a 0,5}$ Méně než jedno procento jódu zbude v organizmu přibližně po uplynutí (více než) 15 hodin. Případně $t \approx 15,02$ hodin. Je použit vztah $m = 0,01 m_0$ , ovšem s chybným numerickým výsledkem	1 bod	1 bod	

3	<p><b>3.1</b> Vyznačený řez rovinou <math>ABGH</math>  Vyznačený řez rovinou <math>BFHD</math>  Jejich průsečnice <math>BH</math>  (viz obr.):</p> 	1 bod 1 bod 1 bod			<b>Celkem 3 body.</b>
	<p><b>3.2</b> Přímky <math>AE</math> a <math>FC</math> jsou mimoběžné.  Jejich vzdálenost je rovna velikosti hrany krychle <math>a =  AB </math>.  Odchylka mimoběžek je <math>\alpha = 45^\circ</math></p>	1 bod 1 bod 1 bod			<b>Celkem 3 body.</b>
	 <p><b>3.3</b> Řez hodnotíme  plným počtem bodů v případě celé konstrukce.  Za neúplně vyznačený řez (alespoň 3 správné úsečky)</p>	2 body	1 bod		Pokud řešení obsahuje úsečku neležící ve stěně krychle, 0 bodů. <b>Celkem 2 body.</b>
4	<p><b>4.1</b> <math>\cotg x \neq \sqrt{3} \wedge \cotg x</math> je definován  tedy definiční obor funkce:  <math>D = R \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k\pi \right\}</math>, kde <math>k \in Z</math> (za správný zápis  považujte také: <math>x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \wedge x \neq k\pi</math>)  Obě hodnoty s chybnou periodou (příp. bez)  Pouze jedna správná hodnota včetně periody  Pouze jedna správná hodnota bez periody</p>	3 body	2 body 2 body 1 bod		Uznáváme grafické řešení bez zápisu. <b>Celkem 3 body.</b>
	<p><b>4.2</b> <math>3(\sqrt{3} - \cotg x) = 4\sqrt{3}</math>  <math>\cotg x = -\frac{\sqrt{3}}{3}</math>  <math>\Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi</math>, kde <math>k \in Z</math>  správný postup s výsledkem bez periody</p>	1 bod 2 body	2 body		<b>Celkem 3 body.</b>
	<p><b>5.1</b> B  <b>5.2</b> A</p>	2 body 3 body			
6	<b>6.1</b> D	2 body			
	<b>6.2</b> B	3 body			
7	<b>7.1</b> D	2 body			
	<b>7.2</b> B	3 body			
8	<b>8.1</b> B	2 body			
	<b>8.2</b> C	2 body			
9	A	3 body			
10	D	3 body			
<b>Celkem</b>		<b>50 bodů</b>			

- **Prosíme o Vaše připomínky**

Podobně jako v předchozích letech i letos uvítáme všechny Vaše připomínky a náměty. Prosíme Vás o vyplnění přiloženého dotazníku pro učitele a jeho zaslání na naši adresu. Máte-li zájem podílet se na přípravě nové maturity (např. tvorba testových úloh, vyhodnocování otevřených úloh), rádi Vás přivítáme mezi našimi spolupracovníky. V takovém případě nám, prosím, sdělte kontaktní adresu.

- **Jak nás můžete kontaktovat**

RNDr. Eva Lesáková – koordinátorka pro matematiku  
E-mail: lesakova@cermat.cz  
Telefon: 224507412

RNDr. František Barták – pověřený vedením CERMATu  
E-mail: bartak@cermat.cz  
Telefon: 224507888, 224507889

Mgr. František Brož – otázky obsahu maturitní zkoušky  
E-mail: broz@cermat.cz  
Telefon: 224507444

Ing. František Voderka – otázky organizace maturitní zkoušky  
E-mail: voderka@cermat.cz  
Telefon: 224507333

**Poštovní adresa:**

ÚIV – CERMAT  
Senovážné nám. 26  
P. O. Box č. 1  
110 06 Praha 1

**Sídlo CERMATu:**

Jeruzalémská 12  
Praha 1

Telefonní ústředna: 224507111  
Fax: 224507555  
www.cermat.cz  
info@cermat.cz