Kvadratické rovnice

1.Řešte v R^2 následující rovnice:

1) $(2x-5)(x+4)=0$

2) $(7x+2)^2-28x=8$

3) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=\frac{x^2}{9}-3$

4) $3-(3-x)(4x+1)=x(4-x)$

5) $4x+3-\frac{15-8x}{2x}=0$

6) $\frac{7+x}{3x-1}-\frac{5}{2x}=\frac{3}{3x^2-x}$

7) $\frac{2-x}{x+4}-\frac{2(x-8)}{x^2+x-12}=0$

8) $\frac{2x+5}{x}-\frac{14}{x-4}=3$

9) $x(x-\sqrt{3})-\sqrt{3}(x-1)-(5+\sqrt{3})=0$

10) $\frac{2}{1-x}-\frac{7}{x+1}=\frac{3}{x}$

11) $\frac{2x-3}{x^3+1}=\frac{1}{x^2-x+1}-\frac{2}{x^2+2x+1}$

12) $\frac{x+3}{x-2}+\frac{x+2}{x-3}=\frac{x+3}{x-3}-\frac{x+2}{x-2}$

13) $\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-1}{x-5}=4$

14) $\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-6}{x+6}=2\frac{1}{5}$

15) $\frac{5}{x-2}+\frac{3}{x-3}-\frac{7}{x-1}=0$

16) $\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x-4}+\frac{x^2-20}{x^2-16}=0$

17) $\frac{6}{x-1}+\frac{5}{x+1}=\frac{6}{x-2}$

18) $(x-4)\div(2x-3)=(x+5)\div(x+4)$

19) $\frac{2x-8}{x-1}=\frac{8x+3}{7x-3}$

20) $\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x+2}=\frac{3}{8}$

21) $\frac{x}{x+3}+\frac{3}{x-3}=\frac{17}{8}$

22) $\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-1}+\frac{1}{x+x^2}=0$

23) $\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x^2+x+1}=\frac{7}{x^3-1}$

24) $\frac{x+12}{x+2}+\frac{5}{x^2-x-6}+\frac{x-4}{x-3}=1$

25) $\frac{2}{2x+3}-\frac{2}{3-2x}=\frac{4x^2-21}{4x^2-9}$

26) $(x-3)^3-(x-3)(x^2+3x+9)=9$

27) $5x^2+10x-36=-3(x+2)^2+24x-23$

28) $4(x-1)^2-2(x+2)^2=-2x^2+4x+11$

29) $\frac{3}{t+3}+\frac{3-t}{t}=\frac{11}{10}$

30) $\frac{u+4}{u-4}-\frac{u+5}{u-5}-1=0$

31) $\frac{1}{x+5}+0{,}2=-\frac{1}{5+2x}$

32) $\frac{x+1}{x-4}+\frac{x-5}{x+5}=\frac{8}{3}$

33) $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x-2}+\frac{x+3}{x-3}=3$

34) $(2x+3)^2-(3x-2)^2=(4x-5)^2-(3x-2)(x+6)$

35) $\frac{5-3x}{3-5x}+\frac{3-5x}{5-3x}=\frac{5}{2}$

36) $\frac{18y+7}{y^3-1}=\frac{30}{y^2-1}-\frac{13}{y^2+y+1}$

37) $\frac{2x+1}{x+3}-\frac{x-1}{x^2-9}=\frac{x+3}{3-x}-\frac{4+x}{3+x}$

38) $\frac{x-10}{5}\div\frac{x+10}{4}=(x+10)\div 5(x-10)$

39) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2-3\frac{x-1}{x+1}-4=0$

40) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-4}=\frac{1}{x+5}-\frac{1}{x-3}$

41) $\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x-5}-\frac{1}{x-2}$

42) $\frac{1}{x-5}-\frac{1}{x+3}=\frac{1}{x-6}-\frac{1}{x-3}$

43) $\frac{1}{2}(2x-1)^2-\left[\frac{1}{2}(x+1)\right]^2=3\left[\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$

44) $\frac{4}{2x+1}=\frac{7x+4}{4x^2-2x+1}-\frac{23x-1}{8x^3+1}$

45) $\frac{x-3}{x+6}+\frac{x-10}{x+5}+\frac{15}{x^2+11x+30}=\frac{9-x}{6+x}$

2.Pomocí substituce řešte v R^2 následující rovnice:

1) $100x^{-4} + 21x^{-2} - 1 = 0$

2) $\left(\frac{x-3}{x+2} - 5\right)\left(\frac{x-3}{x+2} + 3\right) - 9 = 0$

3) $\left[\frac{3(3x+2)}{x-1} - 2\right]\left(\frac{x-1}{3x+2} - 1\right) = \frac{3x+2}{1-x}$

4) $\left(\frac{x+10}{x+2}\right)^2 + \frac{5(x+10)}{x+2} - 14 = 0$

5) $\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2 + 5 = 14\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2$

1. Řešení:

1) $(2x-5)(x+4)=0$

$2x^2+8x-5x-20=0$

$2x^2+3x-20=0$

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 2\cdot(-20)}}{2\cdot 2}=\frac{-3\pm\sqrt{169}}{4}=\frac{-3\pm 13}{4}$$

$x_1=-4$

$x_2=\frac{5}{2}$

výsledek: $x_1=-4\vee x_2=\frac{5}{2}$

2) $(7x+2)^2-28x=8$

$49x^2+28x+4-28x=8$

$49x^2+4=8$

$49x^2=4$

$x^2=\frac{4}{49}$

$x=\sqrt{\frac{4}{49}}$

$x=\pm\frac{2}{7}$

výsledek: $x_1=\frac{2}{7}\vee x_2=-\frac{2}{7}$

3) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=\frac{x^2}{9}-3 \qquad /\cdot 36$

$18x+12x+9x=4x^2-108$

$4x^2-39x-108=0$

$$x_{1,2}=\frac{39\pm\sqrt{39^2-4\cdot 4\cdot 108}}{4\cdot 2}=\frac{39\pm 57}{8}$$

$x_1=12$

$x_2=-\frac{9}{4}$

výsledek: $x_1=12\vee x_2=-\frac{9}{4}$

4) $3-(3-x)(4x+1)=x(4-x)$

$3-(12x+3-4x^2-x)=4x-x^2$

$3-12x-3+4x^2+x=4x-x^2$

$5x^2-15x=0$

$x(5x+15)=0$

$x_1=0, x_2=3$

výsledek: $x_1=0 \vee x_2=3$

podmínky: $x \neq 0$

5) $4x+3-\frac{15-8x}{2x}=0 \qquad /\cdot 2x$

$8x^2+6x-15+8x=0$

$8x^2+14x-15=0$

$$x_{1,2}=\frac{-14\pm\sqrt{14^2-4\cdot 8\cdot(-15)}}{2\cdot 8}=\frac{-14\pm\sqrt{676}}{16}=\frac{-14\pm 26}{16}$$

$x_1=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$

$x_2=-\frac{40}{16}=-\frac{5}{2}$

výsledek: $x_1=\frac{3}{4} \vee x_2=-\frac{5}{2}$

6) $\frac{7+x}{3x-1}-\frac{5}{2x}=\frac{3}{3x^2-x}$

$\frac{7+x}{3x-1}-\frac{5}{2x}=\frac{3}{x(3x-1)} \qquad /\cdot 2x(3x-1)$

podmínky: $x \neq 0 \wedge x \neq \frac{1}{3}$

$2x(7+x)-5(3x-1)=3x$

$14x+2x^2-18x+5=3x$

$2x^2-4x+5=3x$

$2x^2-7x+5=0$

$$x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 2\cdot 5}}{2\cdot 2}=\frac{7\pm\sqrt{9}}{4}=\frac{7\pm 3}{4}$$

$x_1=1$

$x_2=\frac{5}{2}$

výsledek: $x_1=1 \vee x_2=\frac{5}{2}$

7) $\frac{2-x}{x+4}-\frac{2(x-8)}{x^2+x-12}=0 \qquad /\cdot(x+4)(x-3)$ podmínky: $x \neq -4 \wedge x \neq 3$

$$(2-x)(x-3)-2(x-8)=0$$
$$2x-6-x^2+3x-2x+16=0$$
$$-x^2+3x+10=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 10\cdot(-1)}}{2\cdot(-1)}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{-2}=\frac{-3\pm 7}{-2}$$
$$x_1=5$$
$$x_2=-2$$

výsledek: $x_1=5 \vee x_2=-2$

8) $\frac{2x+5}{x}-\frac{14}{x-4}=3 \qquad /\cdot x(x-4)$ podmínky: $x \neq 0 \wedge x \neq 4$

$$(2x+5)(x-4)-14x=3x(x-4)$$
$$2x^2-8x+5x-20-14x=3x^2-12x$$
$$-x^2-5x-20=0 \qquad /\cdot(-1)$$
$$x^2+5x+20=0$$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 20\cdot 1}}{2\cdot(-1)}=\frac{5\pm\sqrt{-55}}{-2}$$

výsledek: nemá řešení

9) $x(x-\sqrt{3})-\sqrt{3}(x-1)-(5+\sqrt{3})=0$

$$x^2-x\sqrt{3}-x\sqrt{3}+\sqrt{3}-5-\sqrt{3}=0$$
$$x^2-2x\sqrt{3}-5=0$$

$$x_{1,2}=\frac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{(2\sqrt{3})^2-4\cdot(-5)\cdot 1}}{2}=\frac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{32}}{2}=\frac{2\sqrt{3}\pm 2\sqrt{8}}{2}$$
$$x_1=\sqrt{3}+\sqrt{8}=\sqrt{3}+2\sqrt{2}$$
$$x_2=\sqrt{3}-\sqrt{8}=\sqrt{3}-2\sqrt{2}$$

výsledek: $x_1=\sqrt{3}+2\sqrt{2} \vee x_2=\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

10) $\frac{2}{1-x}-\frac{7}{x+1}=\frac{3}{x}$ $/\cdot x(1-x)(x+1)$ podmínky: $x\neq 0\wedge x\neq \pm 1$

$$2x(x+1)-7x(1-x)=3(1-x)(x+1)$$
$$2x^2+2x-7x+7x^2=3(x+1-x^2-x)$$
$$9x^2-5x=3x+3-3x^2-3x$$
$$12x^2-5x-3=0$$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot(-3)\cdot 12}}{2\cdot 12}=\frac{5\pm\sqrt{169}}{24}=\frac{5\pm 13}{24}$$
$$x_1=\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$$
$$x_2=-\frac{8}{24}=-\frac{1}{3}$$

výsledek: $x_1=\frac{3}{4}\vee x_2=-\frac{1}{3}$

11) $\frac{2x-3}{x^3+1}=\frac{1}{x^2-x+1}-\frac{2}{x^2+2x+1}$ podmínky: $x\neq -1$

$$\frac{2x-3}{x^3+1}=\frac{1}{x^2-x+1}-\frac{2}{(x+1)^2} \qquad /\cdot (x+1)^2(x^2-x+1)$$
$$(2x-3)(x+1)=(x+1)^2-2(x^2-x+1)$$
$$2x^2-x-3=x^2+2x+1-2x^2+2x-2$$
$$3x^2-5x-2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot(-2)\cdot 3}}{2\cdot 3}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{6}=\frac{5\pm 7}{6}$$
$$x_1=2$$
$$x_2=-\frac{1}{3}$$

výsledek: $x_1=2\vee x_2=-\frac{1}{3}$

12) podmínky: $x \neq 2 \wedge x \neq 3$

$$\frac{x+3}{x-2}+\frac{x+2}{x-3}=\frac{x+3}{x-3}-\frac{x+2}{x-2} \qquad /\cdot(x-2)(x-3)$$

$$(x+3)(x-3)+(x+2)(x-2)=(x+3)(x-2)-(x+2)(x-3)$$

$$x^2-9+x^2-4=x^2+x-6-(x^2-x-6)$$

$$2x^2-13=2x$$

$$2x^2-2x-13=0$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-13)\cdot 2}}{2\cdot 2}=\frac{2\pm\sqrt{108}}{4}=\frac{2\pm 6\sqrt{3}}{4}$$

$$x_1=\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$$

$$x_2=\frac{1-3\sqrt{3}}{2}$$

<u>výsledek:</u> $x_1=\frac{1+3\sqrt{3}}{2} \vee x_2=\frac{1-3\sqrt{3}}{2}$

13) podmínky: $x \neq 3 \wedge x \neq 5$

$$\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-1}{x-5}=4 \qquad /\cdot(x-3)(x-5)$$

$$(x+3)(x-5)+(x-1)(x-3)=4(x-3)(x-5)$$

$$x^2-2x-15+x^2-4x+3=4(x^2-8x+15)$$

$$2x^2-6x-12=4x^2-32x+60$$

$$-2x^2+26x-72=0 \qquad /\cdot(-1)$$

$$2x^2-26x+72=0$$

$$x_{1,2}=\frac{26\pm\sqrt{(-26)^2-4\cdot 72\cdot 2}}{2\cdot 2}=\frac{26\pm\sqrt{100}}{4}=\frac{26\pm 10}{4}$$

$$x_1=9$$

$$x_2=4$$

<u>výsledek:</u> $x_1=9 \vee x_2=4$

14) podmínky: $x \neq 3 \wedge x \neq -6$

$$\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-6}{x+6}=2\frac{1}{5} \qquad /\cdot(x-3)(x+6)$$

$$(x+3)(x+6)+(x-6)(x-3)=\frac{11}{5}(x-3)(x+6)$$

$$x^2+9x+18+x^2-9x+18=\frac{11}{5}(x^2+3x-18)$$

$$2x^2+36=\frac{11}{5}(x^2+3x-18) \qquad /\cdot 5$$

$$10x^2+180=11x^2+33x-198$$

$$-x^2-33x+378=0 \qquad /\cdot(-1)$$

$$x^2+33x-378=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-33\pm\sqrt{33^2-4\cdot(-378)\cdot 1}}{2}=\frac{-33\pm\sqrt{2601}}{2}=\frac{-33\pm 51}{2}$$

$$x_1=-42$$

$$x_2=9$$

výsledek: $x_1=-42 \vee x_2=9$

15) podmínky: $x \neq 2 \wedge x \neq 3 \wedge x \neq 1$

$$\frac{5}{x-2}+\frac{3}{x-3}-\frac{7}{x-1}=0 \qquad /\cdot(x-2)(x-3)(x-1)$$

$$5(x-3)(x-1)+3(x-2)(x-1)-7(x-2)(x-3)=0$$

$$5(x^2-4x+3)+3(x^2-3x+2)-7(x^2-5x+6)=0$$

$$5x^2-20x+15+3x^2-9x+6-7x^2+35x-42=0$$

$$x^2+6x-21=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-21)\cdot 1}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{120}}{2}=\frac{-6\pm 2\sqrt{30}}{2}$$

$$x_1=-3-\sqrt{30}$$

$$x_2=-3+\sqrt{30}$$

výsledek: $x_1=-3-\sqrt{30} \vee x_2=-3+\sqrt{30}$

16) $\dfrac{1}{x+4}-\dfrac{4}{x-4}+\dfrac{x^2-20}{x^2-16}=0$ podmínky: $x \neq \pm 4$

$$\frac{1}{x+4}-\frac{4}{x-4}+\frac{x^2-20}{(x-4)(x+4)}=0 \quad /\cdot (x+4)(x-4)$$

$$x-4-4(x+4)+x^2-20=0$$

$$x-4-4x-16+x^2-20=0$$

$$x^2-3x-40=0$$

$$x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot(-40)\cdot 1}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{169}}{2}=\frac{3\pm 13}{2}$$

$$x_1=\frac{16}{2}=8$$

$$x_2=\frac{3-13}{2}=-5$$

výsledek: $x_1=8 \vee x_2=-5$

17) podmínky: $x \neq 1 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 2$

$$\frac{6}{x-1}+\frac{5}{x+1}=\frac{6}{x-2} \quad /\cdot (x-1)(x+1)(x-2)$$

$$6(x+1)(x-2)+5(x-1)(x-2)=6(x-1)(x+1)$$

$$6(x^2-x-2)+5(x^2-3x+2)=6(x^2-1)$$

$$6x^2-6x-12+5x^2-15x+10=6x^2-6$$

$$5x^2-21x+4=0$$

$$x_{1,2}=\frac{21\pm\sqrt{(-21)^2-4\cdot 4\cdot 5}}{2\cdot 5}=\frac{21\pm\sqrt{361}}{10}=\frac{21\pm 19}{10}$$

$$x_1=\frac{40}{10}=4$$

$$x_2=\frac{2}{10}=5$$

výsledek: $x_1=4 \vee x_2=5$

18) $(x-4)\div(2x-3)=(x+5)\div(x+4)$ $/\cdot(2x-3)(x+4)$ podmínky: $x\neq\frac{3}{2}\wedge x\neq -4$

$$(x-4)(x+4)=(x+5)(2x-3)$$
$$x^2-16=2x^2-3x+10x-15$$
$$-x^2-7x-1=0 \qquad /\cdot(-1)$$
$$x^2+7x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}=\frac{-7\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{-7\pm3\sqrt{5}}{2}$$
$$x_1=\frac{-7+3\sqrt{5}}{2}$$
$$x_2=\frac{-7-3\sqrt{5}}{2}$$

výsledek: $x_1=\frac{-7+3\sqrt{5}}{2}\vee x_2=\frac{-7-3\sqrt{5}}{2}$

19) $\frac{2x-8}{x-1}=\frac{8x+3}{7x-3}$ $/\cdot(x-1)(7x-3)$ podmínky: $x\neq1\wedge x\neq\frac{3}{7}$

$$(2x-8)(7x-3)=(8x+3)(x-1)$$
$$14x^2-6x-56x+24=8x^2-8x+3x-3$$
$$14x^2-62x+24=8x^2-5x-3$$
$$6x^2-57x+27=0$$

$$x_{1,2}=\frac{57\pm\sqrt{(-57)^2-4\cdot6\cdot27}}{2\cdot6}=\frac{57\pm\sqrt{2601}}{12}=\frac{57\pm51}{12}$$
$$x_1=\frac{108}{12}=9$$
$$x_2=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

výsledek: $x_1=9\vee x_2=\frac{1}{2}$

20) $\dfrac{1}{x-4}-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{3}{8}$ $/\cdot 8(x-4)(x+2)$ podmínky: $x\neq 4\wedge x\neq -2$

$$8(x+2)-8(x-4)=3(x-4)(x+2)$$
$$8x+16-8x+32=3(x^2-2x-8)$$
$$16+32=3x^2-6x-24$$
$$3x^2-6x-72=0$$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot(-72)\cdot 3}}{2\cdot 3}=\frac{6\pm\sqrt{900}}{6}=\frac{6\pm 30}{6}$$
$$x_1=\frac{36}{6}=6$$
$$x_2=-\frac{24}{6}=-4$$

výsledek: $x_1=6\vee x_2=-4$

21) $\dfrac{x}{x+3}+\dfrac{3}{x-3}=\dfrac{17}{8}$ $/\cdot 8(x+3)(x-3)$ podmínky: $x\neq\pm 3$

$$8x(x-3)+24(x+3)=17(x+3)(x-3)$$
$$8x^2-24x+24x+72=17(x^2-9)$$
$$8x^2+72=17x^2-153$$
$$225=9x^2$$
$$x^2=25$$
$$x=\pm 5$$

výsledek: $x_1=5\vee x_2=-5$

22) podmínky: $x\neq 0\wedge x\neq\pm 1$

$$\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-1}+\frac{1}{x+x^2}=0$$
$$\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-1}+\frac{1}{x(1+x)}=0 \quad /\cdot x(x-1)(1+x)$$
$$(x-1)(x-1)(1+x)+x^2(1+x)+x-1=0$$
$$(x^2-2x+1)(1+x)+x^2+x^3+x-1=0$$
$$x^2+x^3-2x-2x^2+1+x+x^2+x^3+x-1=0$$
$$2x^3=0$$

výsledek: nemá řešení

23) $\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x^2+x+1}=\frac{7}{x^3-1}$ podmínky: $x \neq 1 \wedge x \in R$

$$\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x^2+x+1}=\frac{7}{(x-1)(x^2+x+1)} \qquad /\cdot (x-1)(x^2+x+1)$$

$$x^2+x+1-3(x-1)=7$$

$$x^2+x+1-3x+3=7$$

$$x^2-2x+4=7$$

$$x^2-2x-3=0$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{2\pm 4}{2}$$

$$x_1=\frac{6}{2}=3$$

$$x_2=-\frac{2}{2}=-1$$

<u>výsledek:</u> $x_1=3 \vee x_2=-1$

24) $\frac{x+12}{x+2}+\frac{5}{x^2-x-6}+\frac{x-4}{x-3}=1$ podmínky: $x \neq -2 \wedge x \neq 3$

$$\frac{x+12}{x+2}+\frac{5}{(x+2)(x-3)}+\frac{x-4}{x-3}=1 \qquad /\cdot (x+2)(x-3)$$

$$(x+12)(x-3)+5+(x-4)(x+2)=(x+2)(x-3)$$

$$x^2-3x+12x-36+5+x^2+2x-4x-8=x^2-x-6$$

$$2x^2+7x-39=x^2-x-6$$

$$x^2+8x-33=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\cdot 1\cdot(-33)}}{2}=\frac{-8\pm\sqrt{196}}{2}=\frac{-8\pm 14}{2}$$

$$x_1=-\frac{22}{2}=-11$$

$x_2=\frac{6}{2}=3$ - nevyhovuje podmínce

<u>výsledek:</u> $x_1=-11$

25) $\frac{2}{2x+3}+\frac{2}{3-2x}=\frac{4x^2-21}{4x^2-9}$ podmínky: $x \neq \pm\frac{3}{2}$

$$\frac{2}{2x+3}+\frac{2}{2x-3}=\frac{4x^2-21}{(2x-3)(2x+3)} \quad /\cdot(2x+3)(2x-3)$$

$$2(2x-3)+2(2x+3)=4x^2-21$$

$$4x-6+4x+6=4x^2-21$$

$$-4x^2+8x+21=0 \quad /\cdot(-1)$$

$$4x^2-8x-21=0$$

$$x_{1,2}=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot4\cdot(-21)}}{2\cdot4}=\frac{8\pm\sqrt{400}}{8}=\frac{8\pm20}{8}$$

$$x_1=-\frac{12}{8}=-\frac{3}{2}$$ - nevyhovuje podmínce

$$x_2=\frac{28}{8}=\frac{7}{2}$$

výsledek: $x_1=\frac{7}{2}$

26) $(x-3)^3-(x-3)(x^2+3x+9)=9$

$$(x-3)(x-3)(x-3)-(x^3+3x^2+9x-3x^2-9x-27)=9$$

$$(x^2-6x+9)(x-3)-(x^3-27)=9$$

$$(x^3-3x^2-6x^2+18x+9x-27)-x^3+27=9$$

$$-9x^2+27x-9=0 \quad /\cdot(-1)$$

$$9x^2-27x+9=0$$

$$x_{1,2}=\frac{27\pm\sqrt{(-27)^2-4\cdot9\cdot9}}{2\cdot9}=\frac{27\pm\sqrt{405}}{18}=\frac{27\pm9\sqrt{5}}{18}$$

$$x_1=\frac{9(3+\sqrt{5})}{18}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$x_2=\frac{9(3-\sqrt{5})}{18}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

výsledek: $x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \vee x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

27) $5x^2+10x-36=-3(x+2)^2+24x-23$

$5x^2+10x-36=-3(x^2+4x+4)+24x-23$

$5x^2+10x-36=-3x^2-12x-12+24x-23$

$8x^2-2x-1=0$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-1)\cdot 8}}{2\cdot 8}=\frac{2\pm\sqrt{36}}{16}=\frac{2\pm 6}{16}$$

$$x_1=\frac{2+6}{16}=\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{2-6}{16}=-\frac{1}{4}$$

výsledek: $x_1=\frac{1}{2}\vee x_2=-\frac{1}{4}$

28) $4(x-1)^2-2(x+2)^2=-2x^2+4x+11$

$4(x^2-2x+1)-2(x^2+4x+4)=-2x^2+4x+11$

$4x^2-8x+4-2x^2-8x-8=-2x^2+4x+11$

$4x^2-20x-15=0$

$$x_{1,2}=\frac{20\pm\sqrt{(-20)^2-4\cdot(-15)\cdot 4}}{2\cdot 4}=\frac{20\pm\sqrt{640}}{8}=\frac{20\pm 8\sqrt{10}}{8}$$

$$x_1=\frac{4(5+2\sqrt{10})}{8}=\frac{5+2\sqrt{10}}{2}$$

$$x_2=\frac{4(5-2\sqrt{10})}{8}=\frac{5-2\sqrt{10}}{2}$$

výsledek: $x_1=\frac{5+2\sqrt{10}}{2}\vee x_2=\frac{5-2\sqrt{10}}{2}$

podmínky: $x \neq 0 \wedge x \neq -3$

29) $\dfrac{3}{t+3}+\dfrac{3-t}{t}=\dfrac{11}{10} \qquad /\cdot 10t(t+3)$

$$30t+10(3-t)(t+3)=11t(t+3)$$
$$30t+10(3t+9-t^2-3t)=11t^2+33$$
$$30t+30t+90-10t^2-30t=11t^2+33$$
$$-21t^2-3t+90=0 \qquad /\cdot(-1)$$
$$21t^2+3t-90=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-90)\cdot 21}}{2\cdot 21}=\frac{-3\pm\sqrt{7569}}{42}=\frac{-3\pm 87}{42}$$
$$x_1=\frac{-3+87}{42}=2$$
$$x_2=\frac{-3-87}{42}=-\frac{15}{7}$$

výsledek: $x_1=2\vee x_2=-\dfrac{15}{7}$

30) podmínky: $x \neq 4 \wedge x \neq 5$

$$\frac{u+4}{u-4}-\frac{u+5}{u-5}-1=0 \qquad /\cdot(u-4)(u-5)$$
$$(u+4)(u-5)-(u+5)(u-4)-(u-5)(u-4)=0$$
$$(u^2-5u+4u-20)-(u^2-4u+5u-20)-(u^2-5u-4u+20)=0$$
$$u^2-u-20-u^2-u+20-u^2+9u-20=0$$
$$-u^2+7u-20=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot(-20)\cdot(-1)}}{2\cdot(-1)}=\frac{-7\pm\sqrt{-31}}{-2}$$

výsledek: nemá řešení

31) podmínky: $x \neq -5 \wedge x \neq -\frac{5}{2}$

$$\frac{1}{x+5}+0{,}2=-\frac{1}{5+2x} \qquad /\cdot(x+5)(5+2x)$$

$$5+2x+0{,}2(x+5)(5+2x)=-x-5$$
$$5+2x+0{,}2(5x+2x^2+25+10x)=-x-5$$
$$5+2x+0{,}2(2x^2+15x+25)=-x-5$$
$$5+2x+0{,}4x^2+3x+5=-x-5$$
$$0{,}4x^2+6x+15=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 0{,}4\cdot 15}}{2\cdot 0{,}4}=\frac{-6\pm\sqrt{12}}{0{,}8}=\frac{-6\pm 2\sqrt{3}}{0{,}8}$$
$$x_1=\frac{-6+2\sqrt{3}}{0{,}8}=\frac{-3+\sqrt{3}}{0{,}4}$$
$$x_2=\frac{-6-2\sqrt{3}}{0{,}8}=\frac{-3-\sqrt{3}}{0{,}8}$$

výsledek: $x_1=\frac{-3+\sqrt{3}}{0{,}4} \vee x_2=\frac{-3-\sqrt{3}}{0{,}4}$

32) podmínky: $x \neq 4 \wedge x \neq -5$

$$\frac{x+4}{x-4}+\frac{x-5}{x+5}=\frac{8}{3} \qquad /\cdot 3(x-4)(x+5)$$

$$3(x+4)(x+5)+3(x-5)(x-4)=8(x-4)(x+5)$$
$$3(x^2+9x+20)+3(x^2-9x+20)=8(x^2+x-20)$$
$$3x^2+27x+60+3x^2-27x+60=8x^2+8x-160$$
$$6x^2+120=8x^2+8x-160$$
$$-2x^2-8x+280=0 \qquad /\cdot(-1)$$
$$2x^2+8x-280=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\cdot(-280)\cdot 2}}{2\cdot 2}=\frac{-8\pm\sqrt{2304}}{4}=\frac{-8\pm 48}{4}$$
$$x_1=\frac{-8+48}{4}=10$$
$$x_2=\frac{-8-48}{4}=-14$$

výsledek: $x_1=10 \vee x_2=-14$

33) podmínky: $x \neq 1 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq 3$

$$\frac{x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x-2}+\frac{x+3}{x-3}=3 \qquad /\cdot(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$(x+1)(x-2)(x-3)+(x+2)(x-1)(x-3)+(x+3)(x-1)(x-2)=3(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$(x^2-x-2)(x-3)+(x^2+x-2)(x-3)+(x^2+2x-3)(x-2)=3(x^2-3x+2)(x-3)$$

$$x^3-3x^2+3x-x^2-2x+6+x^3-3x^2+x^2-3x-2x+6+x^3-2x^2+2x^2-4x-3x+6=3(x^3-3x^2-3x^2+9x+2x-$$

$$3x^3-6x^2-11x+18=3x^3-18x^2+33x-18$$

$$12x^2-44x+36=0$$

$$x_{1,2}=\frac{44\pm\sqrt{(-44)^2-4\cdot 36\cdot 12}}{2\cdot 12}=\frac{44\pm\sqrt{208}}{24}=\frac{44\pm 4\sqrt{13}}{24}$$

$$x_1=\frac{44+4\sqrt{13}}{24}=\frac{11+\sqrt{13}}{6}$$

$$x_2=\frac{44-4\sqrt{13}}{24}=\frac{11-\sqrt{13}}{6}$$

výsledek: $x_1=\frac{11+\sqrt{13}}{6}\vee x_2=\frac{11-\sqrt{13}}{6}$

34)

$$(2x+3)^2-(3x-2)^2=(4x-5)^2-(3x-2)(x+6)$$

$$(4x^2+12x+9)-(9x^2-12x+4)=(16x^2-40+25)-(3x^2+16x-12)$$

$$4x^2+12x+9-9x^2+12x-4=16x^2-40x+25-3x^2-16x+12$$

$$-5x^2+24x+5=13x^2-56x+37 \qquad /\cdot(-1)$$

$$-18x^2+80x-32=0$$

$$18x^2-80x+32=0$$

$$x_{1,2}=\frac{80\pm\sqrt{(-80)^2-4\cdot 18\cdot 32}}{2\cdot 18}=\frac{80\pm\sqrt{4096}}{36}=\frac{80\pm 64}{36}$$

$$x_1=\frac{144}{36}=4$$

$$x_2=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$$

výsledek: $x_1=4\vee x_2=\frac{4}{9}$

35) podmínky: $x \neq \frac{3}{5} \wedge x \neq \frac{5}{3}$

$$\frac{5-3x}{3-5x}+\frac{3-5x}{5-3x}=\frac{5}{2} \qquad /\cdot(3-5x)(5-3x)$$

$$(5-3x)(5-3x)+(3-5x)(3-5x)=\frac{5}{2}(3-5x)(5-3x)$$

$$25-30x+9x^2+9-30x+25x^2=\frac{5}{2}(15-34x+15x^2) \qquad /\cdot 2$$

$$34x^2-60x+34=\frac{5}{2}(15-34x+15x^2) \qquad /\cdot(-1)$$

$$68x^2-120x+68=75-170x+75x^2$$

$$-7x^2+50x-7=0$$

$$7x^2-50x+7=0$$

$$x_{1,2}=\frac{50\pm\sqrt{(-50)^2-4\cdot 7\cdot 7}}{2\cdot 7}=\frac{50\pm\sqrt{2304}}{14}=\frac{50\pm 48}{14}$$

$$x_1=\frac{98}{14}=7$$

$$x_2=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}$$

výsledek: $x_1=7 \vee x_2=\frac{1}{7}$

36) podmínky: $y \neq 1$

$$\frac{18y+7}{y^3-1}=\frac{30}{y^2-1}-\frac{13}{y^2+y+1} \qquad /\cdot(y^3-1)$$

$$(18y+7)(y+1)=30(y^2+y+1)-13(y^2-1)$$

$$18y^2+18y+7y+7=30y^2+30y+30-13y^2+13$$

$$18y^2+25y+7=17y^2+30y+43$$

$$y^2-5y-36=0$$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot(-36)\cdot 1}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{169}}{2}=\frac{5\pm 13}{2}$$

$$x_1=\frac{18}{2}=9$$

$$x_2=-\frac{8}{2}=-4$$

výsledek: $x_1=9 \vee x_2=-4$

37) podmínky: $x \neq 3 \wedge x \neq -3$

$$\frac{2x+1}{x+3}-\frac{x-1}{x^2-9}=\frac{x+3}{3-x}-\frac{4+x}{3+x}$$

$$\frac{2x+1}{x+3}-\frac{x-1}{(x-3)(x+3)}=-\frac{x+3}{x-3}-\frac{4+x}{3+x} \qquad /\cdot(x-3)(x+3)$$

$$(2x+1)(x-3)-(x-1)=-(x+3)(x+3)-(4+x)(x-3)$$

$$(2x^2-6x+x-3)-x+1=-(x^2+6x+9)-(4x-12x+x^2-3x)$$

$$2x^2-5x-3-x+1=-x^2-6x-9-x+12-x^2$$

$$2x^2-6x-2=-2x^2-7x+3$$

$$4x^2+x-5=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-5)\cdot 4}}{2\cdot 4}=\frac{-1\pm\sqrt{81}}{8}=\frac{-1\pm 9}{8}$$

$$x_1=\frac{8}{8}=1$$

$$x_2=-\frac{10}{8}=-\frac{5}{4}$$

výsledek: $x_1=1 \vee x_2=-\frac{5}{4}$

38) podmínky: $x \neq 10 \wedge x \neq -10$

$$\frac{x-10}{5}:\frac{x+10}{4}=(x+10):5(x-10)$$

$$\frac{\frac{x-10}{5}}{\frac{x+10}{4}}=\frac{x+10}{5(x-10)}$$

$$\frac{4(x-10)}{5(x+10)}=\frac{x+10}{5(x-10)} \qquad /\cdot 5(x+10)(x-10)$$

$$4(x-10)(x-10)=(x+10)(x+10)$$

$$4(x^2-20x+100)=x^2+20x+100$$

$$4x^2-80x+400=x^2+20x+100$$

$$3x^2-100x+300=0$$

$$x_{1,2}=\frac{100\pm\sqrt{(-100)^2-4\cdot 300\cdot 3}}{2\cdot 3}=\frac{100\pm\sqrt{6400}}{6}=\frac{100\pm 80}{6}$$

$$x_1=\frac{180}{6}=30$$

$$x_2=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$$

výsledek: $x_1=30 \vee x_2=\frac{10}{3}$

39) podmínky: $x \neq -1$

$$\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 - 3\frac{x-1}{x+1} - 4 = 0$$

$$\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} - 3\frac{x-1}{x+1} - 4 = 0 \qquad /\cdot (x+1)^2$$

$$(x-1)^2 - 3(x-1)(x+1) - 4(x+1)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3(x^2 - 1) - 4(x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 3 - 4x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$-6x^2 - 10x = 0 \qquad /\cdot (-1)$$

$$6x^2 + 10x = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 6 \cdot 0}}{2 \cdot 6} = \frac{-10 \pm \sqrt{100}}{12} = \frac{-10 \pm 10}{12}$$

$$x_1 = \frac{0}{12} = 0$$

$$x_2 = -\frac{20}{12} = -\frac{5}{3}$$

výsledek: $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{5}{3}$

40) podmínky: $x \neq 1 \wedge x \neq 4 \wedge x \neq 3 \wedge x \neq -5$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-3} \qquad /\cdot (x-1)(x-4)(x+5)(x-3)$$

$$(x-4)(x+5)(x-3) - (x-1)(x+5)(x-3) = (x-1)(x-4)(x-3) - (x+5)(x-4)(x-1)$$

$$(x^2 + x - 20)(x-3) - (x^2 + 4x - 5)(x-3) = (x^2 - 5x + 4)(x-3) - (x^2 + x - 20)(x-1)$$

$$(x^3 - 2x^2 - 23x + 60) - (x^3 + x^2 - 17x + 15) = (x^3 - 8x^2 + 19x - 12) - (x^3 - 21x + 20)$$

$$x^3 - 2x^2 - 23x + 60 - x^3 - x^2 + 17x - 15 = x^3 - 8x^2 + 19x - 12 - x^3 + 21x - 20$$

$$-3x^2 - 6x + 45 = -8x^2 + 40x - 32$$

$$5x^2 - 46x + 77 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{46 \pm \sqrt{(-46)^2 - 4 \cdot 77 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{46 \pm \sqrt{576}}{10} = \frac{46 \pm 24}{10}$$

$$x_1 = \frac{70}{10} = 7$$

$$x_2 = \frac{22}{10} = \frac{11}{5}$$

výsledek: $x_1 = 7 \vee x_2 = \frac{11}{5}$

41) podmínky: $x \neq 4 \wedge x \neq -4 \wedge x \neq 5 \wedge x \neq 2$

$$\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x-5}-\frac{1}{x-2} \qquad /\cdot(x-4)(x+4)(x-5)(x-2)$$

$$(x+4)(x-5)(x-2)-(x-4)(x-5)(x-2)=(x-4)(x+4)(x-2)-(x-4)(x+4)(x-5)$$

$$(x^2-x-20)(x-2)-(x^2-9x+20)(x-2)=(x^2-16)(x-2)-(x^2-16)(x-5)$$

$$(x^3-3x^2-18x+40)-(x^3-11x^2+38x-40)=(x^3-2x^2-16x+32)-(x^3-5x^2-16x+80)$$

$$x^3-3x^2-18x+40-x^3+11x^2-38x+40=x^3-2x^2-16x+32-x^3+5x^2+16x-80$$

$$8x^2-56x+80=3x^2-48$$

$$5x^2-56x+128=0$$

$$x_{1,2}=\frac{56\pm\sqrt{(-56)^2-4\cdot128\cdot5}}{2\cdot5}=\frac{56\pm\sqrt{576}}{10}=\frac{56\pm24}{10}$$

$$x_1=\frac{80}{10}=8$$

$$x_2=\frac{32}{10}=\frac{16}{5}$$

výsledek: $x_1=8\vee x_2=\frac{16}{5}$

42) podmínky: $x \neq 5 \wedge x \neq -3 \wedge x \neq 6 \wedge x \neq 3$

$$\frac{1}{x-5}-\frac{1}{x+3}=\frac{1}{x-6}-\frac{1}{x-3} \qquad /\cdot(x-5)(x+3)(x-6)(x-3)$$

$$(x+3)(x-6)(x-3)-(x-5)(x-6)(x-3)=(x-3)(x+3)(x-5)-(x-5)(x-6)(x+3)$$

$$(x^2-3x-18)(x-3)-(x^2-11x+30)(x-3)=(x^2-9)(x-5)-(x^2-11x+30)(x+3)$$

$$(x^3-6x^2-9x+54)-(x^3-14x^2+63x-90)=(x^3-5x^2-9x+45)-(x^3-8x^2-3x+90)$$

$$x^3-6x^2-9x+54-x^3+14x^2-63x+90=x^3-5x^2-9x+45-x^3+8x^2+3x-90$$

$$8x^2-72x+144=3x^2-6x-45$$

$$5x^2-66+189=0$$

$$x_{1,2}=\frac{66\pm\sqrt{(-66)^2-4\cdot189\cdot5}}{2\cdot5}=\frac{66\pm\sqrt{576}}{10}=\frac{66\pm24}{10}$$

$$x_1=\frac{90}{10}=9$$

$$x_2=\frac{42}{10}=\frac{21}{5}$$

výsledek: $x_1=9\vee x_2=\frac{21}{5}$

43) $$\frac{1}{2}(2x-1)^2-\left[\frac{1}{2}(x+1)\right]^2=3\left[\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$$

$$\frac{1}{2}(4x^2-4x+1)-\left[\frac{1}{4}(x^2+2x+1)\right]=3\left[\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{4}\right]$$

$$\frac{4x^2-4x+1}{2}-\frac{x^2+2x+1}{4}=3\left(\frac{x^2-1}{4}\right)$$

$$\frac{4x^2-4x+1}{2}-\frac{x^2+2x+1}{4}=\frac{3x^2-3}{4} \qquad /\cdot 4$$

$$8x^2-8x+2-x^2-2x-1=3x^2-3$$

$$7x^2-10x-3x^2+4=0$$

$$4x^2-10x+4=0$$

$$x_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{(-10)^2\cdot 4\cdot 4\cdot 4}}{2\cdot 4}=\frac{10\pm\sqrt{36}}{8}=\frac{10\pm 6}{8}$$

$$x_1=\frac{16}{8}=2$$

$$x_2=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

výsledek: $x_1=2\vee x_2=\frac{1}{2}$

44) $$\frac{4}{2x+1}=\frac{7x+4}{4x^2-2x+1}-\frac{23x-1}{8x^3+1} \qquad /\cdot(8x^3+1)$$ podmínky: $x\neq\frac{1}{2}$

$$4(4x^2-2x+1)=(7x+4)(2x+1)-23x+1$$

$$16x^2-8x+4=14x^2+7x+8x+4-23x+1$$

$$2x^2-1=0$$

$$2x^2=1$$

$$x^2=\frac{1}{2}$$

$$x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad /\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

výsledek: $x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\vee x_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

45) $\dfrac{x-3}{x+6}+\dfrac{x-10}{x+5}+\dfrac{15}{x^2+11x+30}=\dfrac{9-x}{6+x}$ podmínky: $x\neq -5\wedge x\neq -6$

$\dfrac{x-3}{x+6}+\dfrac{x-10}{x+5}+\dfrac{15}{(x+5)(x+6)}=\dfrac{9-x}{6+x}$ $/\cdot(x+5)(x+6)$

$$(x-3)(x+5)+(x-10)(x+6)+15=(9-x)(x+5)$$

$$x^2+5x-3x-15+x^2+6x-10x-60+15=9x+45-x^2-5x$$

$$2x^2-2x-60=9x+45-x^2-5x$$

$$3x^2-6x-105=0$$

$$x^2-2x-35=0$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-35)\cdot 1}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{144}}{2}=\frac{2\pm 12}{2}$$

$$x_1=\frac{14}{2}=7$$

$x_2=-\dfrac{10}{2}=-5$ -nevyhovuje podmínce

výsledek: $x=7$

2.Řešení:

1) $100x^{-4} + 21x^{-2} - 1 = 0$

$$\frac{100}{x^4} + \frac{21}{x^2} - 1 = 0 \qquad /\cdot x^4$$

$$100 + 21x^2 - x^4 = 0$$

substituce: $x^2 = y$

$$-y^2 + 21y + 100 = 0 \qquad /\cdot(-1)$$

$$y^2 - 21y - 100 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{21 \pm \sqrt{(-21)^2 - 4\cdot(-100)\cdot 1}}{2} = \frac{21 \pm \sqrt{841}}{2} = \frac{21 \pm 29}{2}$$

$$y_1 = \frac{50}{2} = 25$$

$$y_2 = -\frac{8}{2} = -4$$

$x^2 = 25 \quad \vee \quad x^2 \neq -4$

$x = \pm 5$

výsledek: $x_1 = 5 \vee x_2 = -5$

2) $\left(\frac{x-3}{x+2} - 5\right)\left(\frac{x-3}{x+2} + 3\right) - 9 = 0$ podmínky: $x \neq -2$

substituce: $\frac{x-3}{x+2} = y$

$$(y-5)(y+3) - 9 = 0$$

$$y^2 + 3y - 5y - 15 - 9 = 0$$

$$y^2 - 2y - 24 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4\cdot 1\cdot(-24)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2}$$

$$y_1 = \frac{12}{2} = 6$$

$$y_2 = -\frac{8}{2} = -4$$

$$\frac{x-3}{x+2}=6 \qquad /\cdot(x+2)$$
$$x-3=6(x+2)$$
$$x-3=6x+12$$
$$-5x=15$$
$$x=-3$$

$\vee$

$$\frac{x-3}{x+2}=-4 \qquad /\cdot(x+2)$$
$$x-3=-4(x+2)$$
$$x-3=-4x-8$$
$$5x=-5$$
$$x=-1$$

výsledek: $x_1=-3 \vee x_2=-1$

3) $$\left[\frac{3(3x+2)}{x-1}-2\right]\left(\frac{x-1}{3x+2}-1\right)=\frac{3x+2}{1-x}$$
$$\left[\frac{3(3x+2)}{x-1}-2\right]\left(\frac{x-1}{3x+2}-1\right)=-\frac{3x+2}{x-1}$$

podmínky: $x\neq\pm1 \wedge x\neq-\frac{2}{3}$

substituce: $\frac{3x+2}{x-1}=y$

$$(3y-2)\left(\frac{1}{y}-1\right)=-y$$
$$(3y-2)\left(\frac{1-y}{y}\right)=-y \qquad /\cdot y$$
$$(3y-2)(1-y)=-y$$
$$(3y-2)(1-y)=-y^2$$
$$3y-3y^2-2+2y=-y^2$$
$$-2y^2+5y-2=0 \qquad /\cdot(-1)$$
$$2y^2-5y+2=0$$

$$y_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot2\cdot2}}{2\cdot2}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{4}=\frac{5\pm3}{4}$$
$$y_1=\frac{8}{4}=2$$
$$y_2=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{3x+2}{x-1}=2 \qquad /\cdot(x-1)$$
$$3x+2=2(x-1)$$
$$3x+2=2x-2$$
$$x=-4$$

$\vee$

$$\frac{3x+2}{x-1}=\frac{1}{2} \qquad /\cdot(x-1)$$
$$3x+2=\frac{1}{2}(x-1)$$
$$6x+4=x-1$$
$$5x=-5$$
$$x=-1$$

výsledek: $x_1=-4 \vee x_2=-1$

4) $\left(\frac{x+10}{x+2}\right)^2+\frac{5(x+10)}{x+2}-14=0$ podmínky: $x\neq -2$

substituce: $\frac{x+10}{x+2}=y$

$y^2+5y-14=0$

$$y_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 1\cdot(-14)}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{81}}{2}=\frac{-5\pm 9}{2}$$

$$y_1=-\frac{14}{2}=-7$$

$$y_2=\frac{4}{2}=2$$

$$\frac{x+10}{x+2}=2 \quad /\cdot(x+2)$$
$$x+10=2x+4$$
$$-x=-6$$
$$x=6$$

$\vee$

$$\frac{x+10}{x+2}=-7 \quad /\cdot(x+2)$$
$$x+10=-7x-14$$
$$8x=-24$$
$$x=-3$$

výsledek: $x_1=6\vee x_2=-3$

5) $\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2+5=14\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2$ podmínky: $x\neq -2\wedge x\neq -1$

substituce: $\frac{x+1}{x+2}=y$

$$y+5=14\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$y+5=\frac{14}{y} \quad /\cdot y$$

$y^2+5y-14=0$

$$y_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 1\cdot(-14)}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{81}}{2}=\frac{-5\pm 9}{2} \quad /\cdot(-1)$$

$$y_1=-\frac{14}{2}=-7$$

$$y_2=\frac{4}{2}=2$$

$$\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2 = 2 \qquad \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2 \neq -7$$

$$\frac{(x+1)^2}{(x+2)^2} = 2 \qquad /\cdot (x+2)^2$$

$$(x+1)^2 = 2(x+2)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2(x^2 + 4x + 4) \qquad \vee$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x^2 + 8x + 8$$

$$-x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = -3 + \sqrt{2}$$

$$x_2 = -3 - \sqrt{2}$$

výsledek: $x_1 = -3 + \sqrt{2} \vee x_2 = -3 - \sqrt{2}$